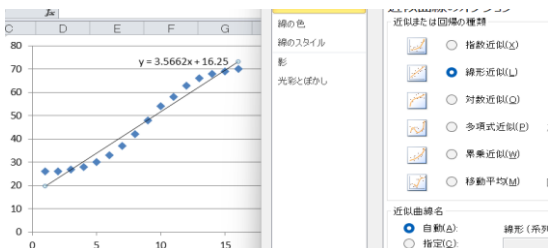


■ 実験や計測などによって得られたデータの特徴を調べるために、データをプロットする。その状態を適切に表現する直線や曲線がありそうな場合に、それを表す関係式が欲しいということはよくある。

そういった関係式を求める作業は一般にフィッティングと呼ばれ、直線であれば回帰直線を求めれば良い。エクセルでは散布図で近似曲線の種類を選べば、そのタイプの近似曲線を表示してくれる機能があり、右のような近似のタイプがある。



しかし、曲線のタイプは限られていて、左の青い点のデータ(※)の状態をうまく近似してくれる曲線は見つからない(移動平均が少しましな結果になるが、数式は出ない)。(※ 質問箱に寄せられた質問の紙データから読み取ったものを用いている)

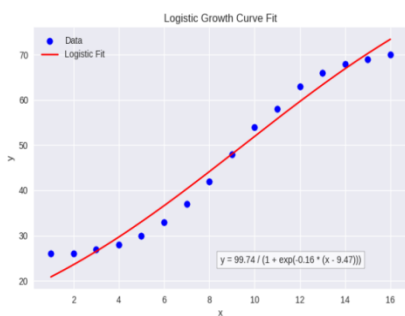
GeoGebra の表計算でも同じようなことができ、関数タイプに Sin やロジスティクス曲線なども含まれるものの、このデータにはうまく合致しない。

■ こういったフィッティングを様々な種類の関数で試せるソフトもあるようだが、無料ではなく価格も結構高いはずだ。上の青い点のデータはいわゆる成長曲線 $f(x)=a/(1+\exp(bx+c))$ タイプのように見受けられ、フィッティングにおいてよく用いられる最小 2 乗法をこの関数に適応するとしても、適する a, b, c の算出は容易ではない。

■ microsoft の copilot <https://copilot.microsoft.com> に、青点のデータ

(1,26),(2,26),(3,27),(4,28),(5,30),
(6,33),(7,37),(8,42),(9,48),(10,54),
(11,58),(12,63),(13,66),(14,68),
(15,69),(16,70)を成長曲線でフィッティングした関数は？

と聞いてみた。その回答された関数のグラフと式は右の通りである。どうみても、うまいフィッティングとは言えない。成長曲線では $x \rightarrow -\infty$ のとき、 $y \rightarrow 0$ だが、このデータではそのようにはなっていないことが最大の原因と考えられる。



■ そこで、質問を少し変え、 $y=a/(1+\exp(bx+c)) + d$ を意識して (1,26),(2,26),(3,27),(4,28),(5,30),(6,33),(7,37),(8,42),(9,48),(10,54),(11,58),(12,63), (13,66),(14,68),(15,69),(16,70)を平行移動した成長曲線でフィッティングした関数は？と聞いたところ、次のような回答になった (回答に含まれるグラフは省いたが、代わりに下方に、GeoGebra による描写を載せた)

フィッティングされた関数

$$y = \frac{46.317}{1 + \exp(-0.512 \cdot (x - 9.048))} + 24.930$$

- **L = 46.317** : 成長の最大値 (キャパシティ)
- **k = 0.512** : 成長率
- **$x_0 = 9.048$** : 成長の中心 (変曲点)
- **yシフト = 24.930** : 縦方向の平行移動量 (初期値の調整)

この関数は、 $x \approx 9.05$ 付近で急激に成長し始め、 $y \approx 70$ に漸近していく形状を持ちます。データの傾向に非常によく一致する滑らかなS字カーブ (シグモイド) です。

これならば、十分 OK であらう。 $x \rightarrow \infty$ のとき、 $y \rightarrow 71.247$; $x \rightarrow -\infty$ のとき、 $y \rightarrow 24.930$ である。

■ AI が無料で(有料のものもあるが)このような煩雑な計算を代行してくれる時代になったということか。

