

雑感 円筒形に巻く計算

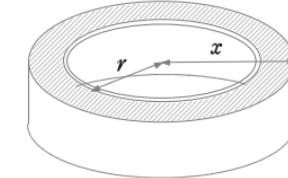
■ ちょっと簡単には計算できなさそうだが、何とか求められないかという質問が、例の質問箱にときおり寄せられる。
その中から、円筒形にかかる 2 題を取り上げる。
ただし、素材や数値は質問のそれらとは変えてある。

■ 手元に使いかけの紙テープ A がある。巻き芯の直径(外径)は 38mm、巻かれたテープを含めた直径は 50mm である(※)。このテープの新品 B の直径は 70mm で、長さが 30m とされているものである。A の残っているテープの長さ $L(m)$ はおおよそどのくらいだろうか。

断面のテープ部分の面積を求めると、A のそれは $\pi(25^2 - 19^2)$ であり、B のそれは $\pi(35^2 - 19^2)$ である。この断面積はテープの長さに比例すると考えられるから、

$$L : 30 = \pi(25^2 - 19^2) : \pi(35^2 - 19^2)$$

より計算して、 $L \approx 9.16666 \approx 9\text{m}$ 程度であると考えられる。



新品のテープの長さが ℓ で、半径が R 、芯の外

径が $2r$ であり、使いかけのテープの半径が x 、

長さが y であるとき、 $\ell : y = \pi(R^2 - r^2) : \pi(x^2 - r^2)$ で

あるから、これより $y = \ell(x^2 - r^2)/(R^2 - r^2)$ ($r < x < R$) と

いう 2 次関数になる。

また、新品 B の断面積 $\pi(35^2 - 19^2) \text{ mm}^2$ はこのテープの

紙の厚さ $d \text{ mm}$ に対して、 $30\text{m} = 30000\text{mm}$ より $30000d$

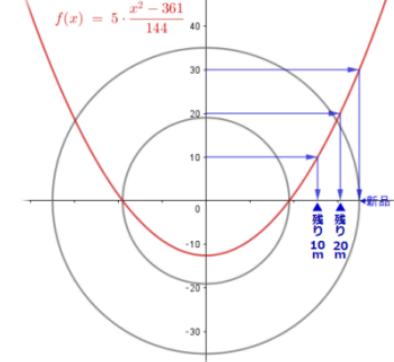
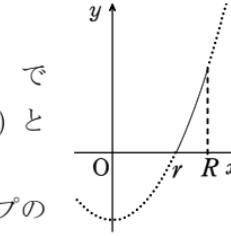
に等しい。よって、 $30000d = \pi(35^2 - 19^2)$ から、 $d \approx 0.0904\text{mm} \approx 0.09\text{mm}$

となる。[なお、類似商品の紙の厚みをネット検索すると約 0.1mm となっている]

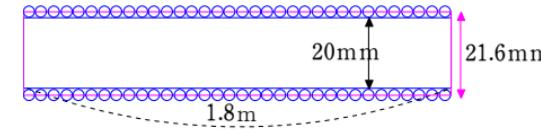
よって、この B にはテープが $(35 - 19)/0.09 \approx 180$ 回ほど巻いてあるはずである。

この紙テープの断面に、残りのおおよその長さが分かるようなガイドを印刷した透明なシールを貼りつけることを考える。そのためには上の 2 次関数で $\ell = 30$, $R = 35$, $r = 19$ とした $y = \frac{5(x^2 - 361)}{144}$ のグラフを用いて、右図の▲印のようにすればよい。

なお、新品、使いかけ、使い終わりの芯がある場合、それらの重さで計算処理して L を求めるのが簡便である。



■ 円柱に細い銅線を巻き付けるとき、必要な銅線の長さが次の話題。長さ 1.8m、太さ 2cm の円柱がある。この円柱に太さ 1.6mm の銅線を隙間なく巻き付けるとき、必要な銅線の長さ $L(\text{m})$ を求めたいという。イメージとしては断面図(円柱の軸を含む平面で切った)が右の通り。銅線同士が接している



点が載る円柱の直径は図のように、21.6mm である。この円柱の側面積 $\pi \times 21.6\text{mm} \times 1.8\text{m}$ が銅線全体の幅 $1.6\text{mm} \times L\text{m}$ に等しいから、 $1.6L = \pi \times 21.6 \times 1.8$ これより $L \approx 76.34\text{m}$ となる。したがって、80mほどあれば足りるだろう。

巻き数 n は、 $1.6n = 1800$ から $n = 1125$ 回 である。この結果を用いて、1 周分の銅線の 1 周の長さ $\pi \times 21.6\text{mm}$ に 1125 を掛けて、 $L \approx 76.34\text{m}$ としてもよい。

■ いずれも小学校の算数レベルの話なのだが、意外にもすぐには解決の方法に気が付かないことが多いようで、質問箱に登場する。

■ ※ 100 均で手に入れたノギスで計測したが、こんなものまで 100 均で手に入る。