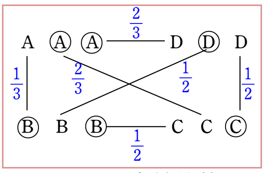
雑感　リーグ戦の図式

■　2026 年の共通テスト数 IA に，3〜4 人のリーグ戦の勝敗に関する確率が出題された．リーグ戦では対戦結果を表に表すことが一般的で，共通テストでも下の左のような表が使われていた．もう少し簡便な図式はできないのか．人数が 4 人までで，必要最低限の情報を書き表すなら，下の右のような方法もあるのではないか(5 人以上でも書けるが図式が煩雑になる)．その対戦結果が起こる確率も書き込めば，確率計算も容易になる．

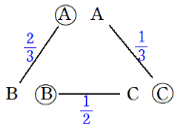
	A	B	C	D	勝ち数	負け数	抽選
A		×	○	○	2	1	✓
B	○		○	×	2	1	✓
C	×	×		○	1	2	—
D	×	○	×		1	2	—



この程度の人数ならば勝敗数は見ただけで分かるし，この場合最終的には A と B の「抽選」となることも見ればすぐ分かる．

■　このような図式も利用しながら，この問題を解いてみる．

(1)は A，B，C の 3 人の場合である．



(i)は $(\frac{2}{3})^2=\mathbf{\frac{4}{9}}$ で述べるまでもない．

(ii)の表 2 の対戦結果は右のような図式になる．

この対戦結果になる確率は $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\mathbf{\frac{1}{9}}$

この対戦結果になり，かつ A が抽選で選ばれる確率は $\frac{1}{9}\cdot\mathbf{\frac{1}{3}}=\frac{1}{27}$

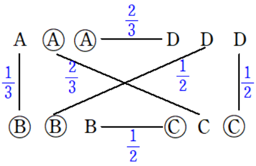
A が勝つ相手が B か C かで 2 とおりあることから，A が 1 勝 1 敗で優勝する確率は $\frac{1}{27}\cdot2=\mathbf{\frac{2}{27}}$

(i)(ii)から A が優勝する確率は $\frac{4}{9}+\frac{2}{27}=\frac{14}{27}$　…*

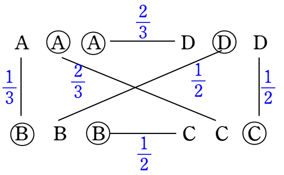
(2)は A，B，C，D の 4 人の場合である．

(i)は全敗する人がいて，A が 2 勝 1 敗で優勝する場合，全敗者が D であるとする．D が全敗する確率は $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\mathbf{\frac{1}{6}}$ である．

このときの対戦結果の 1 つのケースの図式は右の通りで，その確率は $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{54}$であるが，A の勝つ相手が 2 通りあること(それによって，B,C 対決の結果は定まる)，全敗の人が 3 通りあること，最後に 3 人での抽選があることから，全敗する人がいて，A が 2 勝 1 敗で優勝する確率は $\frac{1}{54}\cdot2\cdot3\cdot\frac{1}{3}=\mathbf{\frac{1}{27}}$ である．



(ii)全敗する人がいない場合で，A が 2 勝 1 敗で優勝する場合，B,C,D の 3 人の勝敗の内訳は，2 勝 1 敗が 1 人，1 勝 2 敗が 2 人である．A が敗ける相手が 3 通りあるが，敗ける相手が B であり，B が 2 勝 1 敗のときの対戦結果の図式の 1 つは右の通り．このとき，B が敗ける相手として C,D の 2 とおり考えられる．B が 1 勝 2 敗のとき，2 勝 1 敗するのが C か D かで 2 とおり考えられる．したがって，全敗する人がいない場合で，A が 2 勝 1 敗する場合の数は全部で 2+2=**4** とおりある(※)．よって，全敗する人がいない場合で，A が 2 勝 1 敗して優勝する確率は

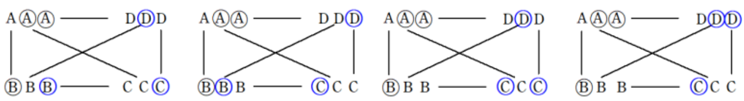


$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot3\cdot4\cdot\frac{1}{2}=\mathbf{\frac{1}{9}}$ となる．

(i)(ii)から A が 2 勝 1 敗で優勝する確率は $\frac{1}{27}+\frac{1}{9}=\frac{4}{27}$であり，A が 3 勝 0 敗で優勝する確率 $(\frac{2}{3})^3=\frac{8}{27}$を考慮すると，A が優勝する確率は，

$\frac{4}{27}+\frac{8}{27}=\mathbf{\frac{4}{9}}=\frac{12}{27}$である．これは*より $\mathbf{\frac{2}{27}}$ だけ小さい(⓪)．

※ 4 とおりの図式を示せば，以下のとおりである．表を書くのは面倒だが，この図式ならば比較的楽である（4 人だからということもあるが）．



■ 確率の問題ではあるが，場合の数の正確なカウントが必要な問題である．その確認のために，上のような図式が役に立つ．

2026 年 2 月 1 日