

■ カリキュラム改訂後の初の数学の共通テストが1月19日に実施された。試験時間が70分になったことや、IAの選択問題がなくなったことなど、変更点は多い。解答用紙見本ですでに示されていたが、IIBCの解答選択肢からa, b, c, dが消滅した(±はIA, IIBC双方で消滅)。

■ この改訂に対して、大学入試センターは2022年11月に試作問題を公表していた。IAの「データの分析」では、新しい内容である外れ値、仮説検定が、「場合の数と確率」では復活した期待値が取り上げられていたが、そういった内容が今回の共通テストも出題されており、その意味では親切で良心的な試作問題だったと言ってよい。IIBCの「統計的推測」の仮説検定も、試作問題に取り上げられていた内容である。ただ、「平面上の曲線と複素数平面」では試作問題には登場した平面上の曲線の出題がなく、複素数平面からだけの出題で、内容や傾向も試作問題とは全く異なっていた。このことは、私的には想定内で、当雑感306「試作問題の感想」において、「複素数平面」と2次曲線を中心とする「平面上の曲線」は現行の数学Ⅲにおいて、それぞれ1章を構成する内容であり、奥が深く幅広い。それだけに、試作問題のような出題とは限らず…」と指摘したとおりである。「平面上の曲線」が今後どう出題されるか、注視したい。

■ このような試作問題寄りの出題ということもあり、全体には比較的基本的で平易な出題で、平均点も低くはなかろう(1月22日の中間集計発表では、IA=56.66点、IIBC=56.69点で、悪くはなかった)。

■ ここ数年の定番である会話形式を含んだ内容の出題は、IAでは2次関数(噴水の水の軌跡)、データの分析に、IIBCでは指数関数・対数関数(水草の増殖)、統計的推測(レモンの重さ)にある。しかし、ほとんど無理やり登場させている感は否めない。問題文を簡潔にし、分量を減らすためには、太郎さん、花子さんはいない。

■ 今回の出題で興味を持った問題は、IIBC第6問である。

O中心半径1の単位球面上の赤道上の2点 $A(1, 0, 0)$ ,  $B(a, \sqrt{1-a^2}, 0)$  ( $|a| < 1$ )と、球面上の点Cに対して、 $\triangle ABC$ が正三角形になるようにとれるかどうかについて考察する問題である。パッと考えて、 $B(0, 1, 0)$ の場合にはCが北極または南極のとき条件を満たす。また、Cも赤道面にあつて、正三角形ABC自体が赤道面にある特殊ケースも条件を満たし、これがaの値の範囲の端点になり、結論としてaの範囲は $-\frac{1}{2} \leq a < 1$ となる。

空間図形的には、Aを中心としてBを通る球面と、Bを中心としてAを通る球面の交円が元の単位球面と共有点をもつ条件を考えることになるが、問題では内積から導かれる② $x = a$ , ③ $ax + \sqrt{1-a^2}y = a$ という2平面の交線と単位球面と共有点の問題として考察している。このときの点Cの球面上の軌跡が興味深い。

GeoGebraの軌跡ツールで描いてみると、C(z座標>0とした)の軌跡は右図のような黒い曲線になる。

一方、この曲線の方程式が、 $x = t, y = \frac{t(1-t)}{\sqrt{1-t^2}}, z = \sqrt{\frac{1+t-2t^2}{1+t}}$  ( $-\frac{1}{2} \leq t < 1$ )となることは、問題に登場する条件式から容易に求めることができ、この式で描いた曲線とこの黒い曲線は、当然だが一致する。

こういった内容が共通テストに出題されることはなかろうが、軌跡は面白い曲線である。

