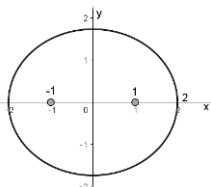


■ 新カリになって初めての 2025 年共通テスト(本試)の中で、IIBC の選択問題 C の「平面上の曲線と複素数平面」は複素数平面だけの内容であった。本雑感 333 「2025 共通テストの感想」でも、この分野での出題は試作問題のような出題とは限らず今後どう出題されるか、注視したいと述べたところだ。そこで、2025 年の追試験におけるこの分野の問題を見てみたい。

■ 問題は、複素数平面上の方程式 $|z-1|+|z+1|=4$...① を満たす点全体が描く図形に関するものである。

これが、2 点 $-1, 1$ を焦点とする右のような楕円で
あることは、定義を知っていれば直ちにわかる
(y 切片の値まではこの段階ですぐわからなくても、
当面困らない)。



$z = x + yi$ として x, y の方程式を導いていくのだ

が、①からの $\sqrt{x-1^2 + (\text{イ})^2} = 4 - \sqrt{(\text{ウ})^2 + y^2}$ の空欄を選択肢から埋め(迷わない)、この両辺を 2 乗して計算した関係式(エ) $= 2\sqrt{(\text{ウ})^2 + y^2}$;
さらにこの両辺を 2 乗して計算した結果である楕円の方程式(オ) $= 1$ を選択肢から選んでいくのだが、実質的な計算は(エ)しかない。
オの選択肢は右の通りだが、上の楕円の図から、①しかありえない(必要はないが、 y 切片の値がこれによってわかることになる)。

- | | |
|--|-----------------------------------|
| ① $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4}$ | ② $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3}$ |
| ③ $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4}$ | ④ $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3}$ |
| ⑤ $\frac{1}{4}\{(x-1)^2 + (x+1)^2 + 2y^2\}$ | |
| ⑥ $\frac{1}{16}\{(x-1)^2 + (x+1)^2 + 2y^2\}$ | |

この図形は何かを問う(カ)には 10 個もの選択肢が用意されているが、上の図さえわかっているならば、秒殺である。

■ (2) ではこの楕円上の点 z を O 中心に $\pi/4$ 回転させた点 w が描く図形について問われる。 z と w の関係式として 8 つもの選択肢があるが、

$w = (\cos\pi/4 + i\sin\pi/4)z$ であることは、複素数平面の回転の基本中の基本である。

そして w が満たす[①に相当する]方程式の左辺を右の 6 つの選択肢から選ばせるが(右辺は 1)、2 点 ± 1 のこの回転によって得られる点の複素数が $\pm(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i)$ であることが容易にわかるから、これも迷うことなく選択できる。

- | |
|---|
| ① $ w - (1 - \frac{\pi}{4}) + w + (1 + \frac{\pi}{4}) $ |
| ② $ w - (1 + \frac{\pi}{4}) + w + (1 - \frac{\pi}{4}) $ |
| ③ $ w - (1 - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i) + w + (1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i) $ |
| ④ $ w - (1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i) + w + (1 - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i) $ |
| ⑤ $ w - (\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i) + w + (\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i) $ |
| ⑥ $ w - (\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i) + w + (\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i) $ |

(3)では回転角を一般に θ であるとして、その複素数 α が満たしうる方程式を 6 つの選択肢から選ばせる。しかし、2 焦点 ± 1 の O 中心とする角 θ の回転によって得られる 2 焦点の複素数が、一般に $\pm\beta$ (ただし、 $|\beta|=1$)

- | |
|---|
| ① $ \alpha - 1 + \alpha + 1 = 6$ |
| ② $ \alpha - 1 + \alpha - 3 = 4$ |
| ③ $ \alpha - \frac{1}{2} + \alpha + \frac{1}{2} = 4$ |
| ④ $ \alpha - (1 + \sqrt{3}i) + \alpha + (1 - \sqrt{3}i) = 4$ |
| ⑤ $ \alpha - \sqrt{2} + \alpha - \sqrt{2}i = 4$ |
| ⑥ $ \alpha - i + \alpha + i = 4$ |

の形をしていることがわかれば方程式は

$|\alpha - \beta| + |\alpha + \beta| = 4$ の形で、これも迷う余地はない。

■ 共通テストになってから、計算などが極端に少なくなり、さらに数値を埋めるのではなく選択肢から選ばせる問題が激増している。

これもそういった典型的な問題だが、複素数の基本・楕円の基本性質を理解してさえいれば、ほとんど計算する必要もなく、次々選択肢から正解を選んでいける問題になっている。その意味で、迷わず秒殺できる選択肢群はあきれるばかりである。

こういった問題が本当に受験生の力を判定するにふさわしい問題なのだろうか。

