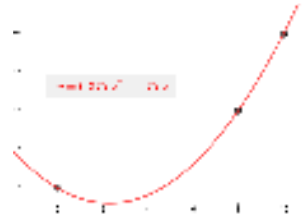


雑感 2 要望の関数を作る

■ 指定した 3 点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ を通り、3 点間において傾きが常に正で、滑らに変化する曲線の式 $f(x)$ を必要としています。 ($x_1 < x_2 < x_3, y_1 < y_2 < y_3$ とする) ラグランジュの補間公式を使う方法も検討したのですが、これだと 3 点の取り方によっては、3 点間において曲線の傾きの正負が変化してしまい使えませんでした。(例えば、 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) = (0, 0), (8, 10), (10, 20)$ など) 点数が低い間は、1 点上昇しても獲得できるポイントの上昇 (y の値の変化) は小さく、点数が高くなると、1 点上昇して獲得できるポイントの上昇 (y の値の変化) が大きく なるような仕組みに利用したいと考えています。アイデアをお持ちの方いらっしゃいましたら助けてください!

■ これに答えてみる。ラグランジュの補間公式で、上の具体的なデータを処理すれば、データ数が 3 個なので、要はその 3 点を通る 2 次関数を求めることに他ならない。これは、右のようになって、単調増加とはいかない。よって、単調増加する別タイプの関数が必要だ。



■ そこで、次のような提案をした。

例えば $f(x) = a + b \cdot c^x$ ($c > 0$) と設定すれば $(0, 0), (8, 10), (10, 20)$ のとき $a + b = 0, a + bc^8 = 10, a + bc^{10} = 20$ 。

これを <https://ja.wolframalpha.com/input/?i=solve+a%2Bb%3D0%2C+a%2Bb%5E8%3D10%2C+a%2Bb%5E10%3D20>

として解くと、 $a \approx -0.781, b \approx 0.781$,

$c \approx 1.388$ から $f(x) = 0.781(-1 + 1.388^x)$

となり、右のような曲線になります。データが単調増加である限り、これによって得られる $f(x)$ は $b > 0, c > 0$ なので $f'(x) > 0$ となると考えられます。



■ 非常に素晴らしいご回答ありがとうございます!

ちなみになんです、今回の条件はエクセル内部だけで $f(x)$ を作成させることは難しそうですか???

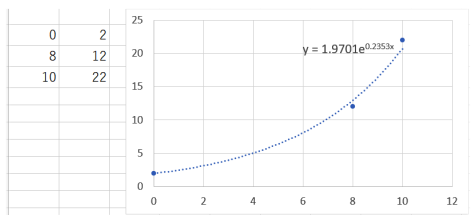
<確認事項など、一部略>

■ 「エクセルだけ」の意味が不明だが、近似曲線のことと思り返答。

■ エクセルについては詳しくありませんが、同様のことが、散布図の近似曲線 (指数近似) で可能なのですが、問題があります。指数近似の式が $y = Ae^{Bx}$ ※の形に決められています。そのため

(その 1) 指数近似では、 $y = 0$ の場合、受け付けませんから $(x_1, y_1) = (0, 0)$ を扱えません。それは、※の式で、 $y = 0$ とすると $A = 0$ となり、 $y = 0$ となって他の条件を満たさなくなるからです。

(その 2) 式が※の形に決められているため、 A, B の値は、2 組のデータで確定します。したがって、あなたが必要としている 3 組のデータにぴったりフィットする式にならない可能性が非常に高くあります (例えば図)。



■ 遅くなりすみません! ワンクッション別サイトでの処理が入りますが、あらゆる条件で、我々の希望通りの曲線がかけました! ベストアンサーにさせていただきます!

■ 嬉しい返答だが、この返答を見て、勘違いに気づいた。その 3 元の連立方程式を、エクセルで解く方法を知りたかったのだ。直接話をするわけでもないのに、意思の疎通がうまくいかない。

その 3 元の連立方程式は代数的に解けるのだろうか。

b を消去すると、 $\frac{10-a}{a} = c^8, \frac{20-a}{10-a} = c^2$ より、 $(\frac{20-a}{10-a})^4 = \frac{20-a}{a} (> 0)$ を解くことになるが、整理して 4 次方程式 $3a^4 - 140a^3 + 2200a^2 - 11000a - 10000 = 0$ を解く必要が生じる。これを満たす実数解は、 $a \approx -0.780950776678406$ である (厳密解も複雑な式だが、求まる) が、用いるデータによっては、もっと次数の高い方程式が登場する可能性がある。近似解を求めれば良いとは言うものの、エクセルでの処理は容易ではなさそうだ。

こんな計算処理をしたポイント計算が、どこかで使われるのだろうか。