雑感　こんな問題を作ってみたが…

■　試験問題の作成にあたっては，授業で扱った問題，問題集や参考書の問題などを踏まえつつ，生徒の力など様々な条件を勘案し，総合的に熟慮する．

最近行った数学Ⅲ「さまざまな曲線」分野の 50 分の試験問題作りは，出題したい内容が満載にもかかわらず，解答時間が短いという制約があって，悩ましいことであった．

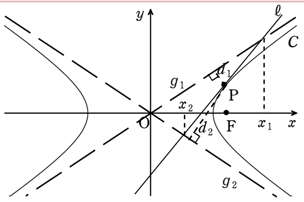
問題数を多くすると時間不足になるし，難易度や必要とする計算量も(計算力が貧弱な今の生徒を考えると)考慮すべきことである．

■　大問として 3 題出題することとし，「2 次曲線」「極方程式」「パラメータ表示された曲線」で各 1 題ずつを構想し，それぞれの問題を（互いを考慮に入れつつ）考えた．

問題集などにある問題や，過去の入試問題を採用する場合もあるのだが，2 次曲線 1 つとってみても出題したい内容だらけで，そういった内容をもれなく含んでいるような問題は，探してもなかなか見あたらない．

■　「2 次曲線」と「極方程式」について，極方程式では楕円を扱うことにして，2 次曲線は双曲線とする．双曲線では，焦点，漸近線，接線は外せない．これらをカバーする問題として，以下の問題を自作した．

> 双曲線C: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$ の2つの焦点のうち，x座標が正であるものをFとする．
>
> また，2本の漸近線のうち傾きが正であるものをg_1，傾きが負であるものをg_2とする．
>
> さらに，C上の点P$(p,\ q)$におけるCの接線をℓ とする．
>
> (1)　Fの座標，g_1の方程式，ℓ の方程式をそれぞれ答えよ（答のみでよい）．
>
> (2)　Pからg_1，g_2までの距離をそれぞれd_1，d_2 とするとき，積d_1d_2が一定であることを示せ．
>
> (3)　ℓ とg_1，g_2の交点のx座標をそれぞれx_1，x_2 とするとき，積x_1x_2の値を求めよ．
>
> (4)　直線PFがg_2と平行となるとき，Pのx座標を求めよ．



「公式」を問うのもいかがなものかとも思いながらも，基本的知識は重要なので，あえて(1)を置いた．

(1)で問うた焦点，漸近線，接線に対応する問題が，順に(4)，(2)，(3)である．(2)は問題集に同じ問題があるが，こういった出題も定期考査ではアリであろう．

一番苦労したのは(4)で，GeoGebra で双曲線を描き，その上の点 P を動かしながら考えた設問である．ちなみに答は $\dfrac{2a^2+b^2}{2\sqrt{a^2+b^2}}$ である．

問題としては，問いたい事柄を 1 つの双曲線上で問題としただけのものであって，自慢できる問題でもない．

理想的には焦点，漸近線，接線が相互に絡んだ問題が best なのだろうが，そういった問題の製作は私の手に余るし，仮に出来上がっても定期考査では難易度が高すぎるだろう．

■　なお，参考までに，「極方程式」は以下のような問題とした．

> 極座標が$(3,\ 0)$である点をAとする．極Oに対して，線分OAを直径とする円をCとする．
>
> また，Aを通り始線OXに垂直な直線をgとする．点Pに対して，Pからgへ下ろした垂線の足をHとするとき，OP : PH＝1 : 2の関係がある．このとき，Pの描く軌跡は楕円でありそれをEとする．
>
> (1)　円Cの極方程式を求めよ．
>
> (2)　楕円Eの極方程式が$r=\dfrac{3}{2+\cos\theta}$ となることを示せ．
>
> (3)　E上の2点P，Qに対して，3点O，P，Qが一直線上にあるとき，$\dfrac{1}{\mathrm{OP}}+\dfrac{1}{\mathrm{OQ}}$ の値が一定であることを示せ．
>
> (4)　円Cと楕円Eの交点の1つをRとする．また，始線OXと楕円Eの交点をSとする．このとき，△ORSの面積を求めよ．

極方程式では「円」と「2 次曲線」の双方を問いたいと考えた．

(1)，(2)の内容は教科書にある．(3)は問題集に載っている内容であるが，極座標の威力が実感できる「焦点弦」に関する，極座標ではある意味重要な問題である．

(1)の円がそれ単独では意味がないため，円と楕円の双方が絡む問題として，(4)を自作し付け加えた．ただ，答があまりきれいでない $\dfrac{3}{2}\sqrt{2(\sqrt{2}-1)^3}$ という値であるところが難点である．

極座標は習熟が浅く，出来が良くないのは例年のことである．

2017 年 04 月 15 日