雑感　アプローチは適切か

■　2023 年共通テスト追試験 IA 第 2 問〔1〕は，文化祭のやきそば屋で販売するやきそばの価格決定に関する 2 次関数の問題．ここでは，太郎さんと花子さんは高校 1 年生で，微分法を知らないという設定である．

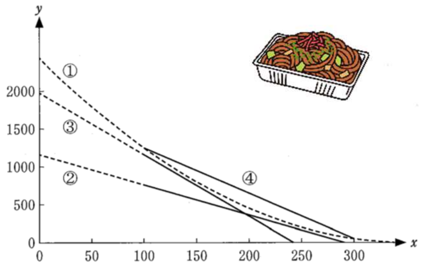
■　事前アンケート調査により，売上数 y が 1 皿あたりの価格 x の 2 次関数に近いという結果に基づき考察が始まり，最初，グラフが 3 点を通るその 2 次関数，

$y=\dfrac{x^2}{50}-14x+2450$ …① を決定する．

このときの材料費，諸経費を引いた利益 $(x-80)\left(\dfrac{x^2}{50}-14x+2450\right)-5000$ が 3 次関数になり，高校 1 年生の 2 人の知識では正確には処理できないので，①の 2 次関数をいくつかの 1 次関数に取り換えて考えてみるという流れである．

その 1 次関数は 3 つあり，それらの式・グラフは次のようになっている．

$y=-4x+1160$…②　　$y=-8x+1968$…③　　$y=-6x+1860$…④



②としたときの 2 次関数を定め，その最大値を与える x の値 p を求めるのは，2 次関数の定番の基本問題である(最大値は 39100 と与えられる)．

問題はここからである．

③の場合，$x=163$ のとき利益は最大値 50112 であると記述され，①，②，③の場合の利益についての記述の正誤選択問題となる．

■　出題者は，$100 \leq x \leq 300$ において，②≦① だから，

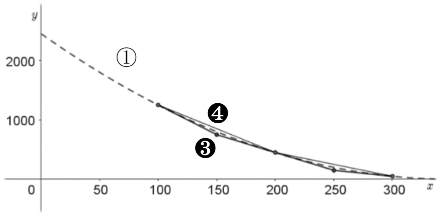
「②のときの利益$(x-80)(-8x+1968)-5000$ の最大値

$\leq$ ①のときの利益 $(x-80)\left(\dfrac{x^2}{50}-14x+2450\right)-5000$ の最大値」

という関係があると分かるでしょと言いたいらしい．確かにこれは正しいのだが，2 次関数の問題の試験内容として適切なのかどうか疑問が残る．

④の場合，$x=195$ のとき利益は最大値 74350 であると記述され，最後に，全体の考察結果として，「**利益の最大値 M は 50112 より大きく 74350 より小さい**」と答えさせる．この M の精度の悪さを太郎さんたちは「おおよその値」と思って許容しているのだろうか．

■　聡明な花子さんだから，例えば右のような区間区分的（piece wise）関数を用いて折れ線で考えるかもしれない．方程式を求めるのが少し大変だが，②～④が与えられていることを思えば，同様な扱いもあり得る．



詳細は省くが，図の❸(3 区間分割)，❹(2 区間分割)によれば，❸の場合の利益の最大値は $x=177.5$ において 514375，❹の場合の利益の最大値は $x=168.125$ において 571241 となるから，「**利益の最大値 M は 514375 より大きく 571241 より小さい**」となり，M の精度がグンと跳ね上がって現実的な考察ができる．

とは言え，2 次関数の問題としての適切さの疑問は残ったままだ．

■　さらに言えば，この問題ではやきそばの販売価格の決定が最重要だと考えられるが，最終考察でそれについては何も触れられないのは不自然である．

不自然と言えば，仮に $x=163$ で利益最大となったとき，「単価 163 にしましょう」とはならず，キリの良い 160 などが採用されるのだろう（電子マネー決済ならばともかく！）．そうであれば，①式による利益式で x を 100～300 の間で 10 刻みで計算して考える（表計算ソフト利用なら，計算は一瞬である）のが現実的であり，実際，下の結果から 170 で最大である．

x	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
利益	25000	34560	42320	48400	52920	56000	57760	58320	57800	56320

200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
54000	50960	47320	43200	38720	34000	29160	24320	19600	15120	11000

①式による 3 次の利益式を微分法で調べると，$x=170$ で極大かつ最大になっていて，表計算結果の適切さに驚く（①の設定の良さが関係しているが）．

■　2 次関数①の代わりにわざわざ 1 次関数②，③，④を登場させて精度の悪い M の範囲を求めなくとも，①利用式への単純な代入計算で現実的な精度のよい結果が得られる．問題解決手法の適切さが問われる，無理やりな印象の問題である．

2023 年 03 月 01 日