雑感　ベクトル方程式が分からない（その 1）

■　ベクトル方程式が分からないという生徒が多い．実は，教える側もどう教えたらいいか困惑している部分もあるのではないか．

■　図形の方程式とは，その図形上の任意の点 P が満たす等式のことである．点の「位置」をどう記述するかで，座標を用いた表示（こちらの方がおなじみだ）と位置ベクトルを用いたベクトル方程式とがある．

■　さて，ベクトル方程式には 2 つのタイプがある．その違いは，やや乱暴な言い方だが，<u>内積を用いるか用いないか</u>である．

例えば，点 A$(\vec{a})$ を通り $\vec{v}$ に平行な直線のベクトル方程式が，

$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{v}$ であるというのは，内積を用いないタイプ．

点 A$(\vec{a})$ を中心とし，半径 r の円のベクトル方程式が，

$|\vec{p}-\vec{a}|=r$ であるというのは，内積を用いたタイプである．「内積」が見えていない形であるが，当然 $(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{a})=r^2$ という形にして，内積の登場である．

細かいこと言えば，∠AOB の 2 等分線のベクトル方程式

$\vec{p}=\left(\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}+\dfrac{\vec{b}}{|\vec{b}|}\right)t$　は係数に「内積」が使われているが，これは内積を用いないタイプのつもりである．

この「2 つのタイプ問題」は後述することにする．

■　直線のベクトル方程式として，2 つの方程式を指導する．

(i)　点 A$(\vec{a})$ を通り $\vec{v}$ に平行な直線は，　$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{v}$ ．

(ii)　2 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$ を通る直線は，　$\vec{p}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$ ．

条件を満たす任意の点 P$(\vec{p})$ について，この等式が成り立つことは，生徒たちは理解できる．

でも，生徒たちにはこれが「直線の方程式」だと，とうてい思えないのだ．彼らの頭の中には，直線は $y=ax+b$ のタイプしかない．

そこで，授業ではこんな板書をすることになる．

座標を用いるタイプ	ベクトルを用いるタイプ
点 A$(x_1,\ y_1)$ を通り，傾き m の直線は　$y-y_1=m(x-x_1)$	点 A$(\vec{a})$ を通り $\vec{v}$ に平行な直線は　$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{v}$
2 点 A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$ を通る直線（$x_1\neq x_2$）は　$y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$	2 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$ を通る直線は　$\vec{p}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$

直線の決定条件の違いから，直線の方程式の(2 つの)「公式」があり，それを座標使って表示するか，ベクトルを使って表示するかで 2 タイプがあると説明する．さらに，ベクトルタイプを成分表示して，t を消去すれば，座標タイプが得られることにも触れる（時間があれば 1 つ示してみる）．

そして，座標表示になじみが深いから，$x,\ y$ の 1 次方程式をみると「直線だ！」と思うが，なじみの薄いベクトル表示も今後慣れていけば，直線のベクトル方程式だと認識できるようになる（ならなければいけない）と伝える．

※この項，http://www10.plala.or.jp/mondai/columun/vectoreq_2.pdf へ続く．