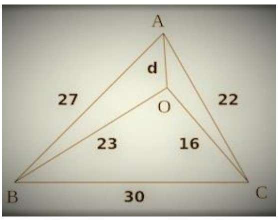
雑感　7.0000000857…という長さ

■　例によって，過日の「知恵袋」の質問から．



d の求め方を教えてください

さて，どうしたものか．三角形の辺の長さだから，余弦定理で行くか．

cos∠ABC ，cos∠OBC を出して，それらの角の sin の値を求めて，加法定理で cos∠ABO を求める．

そして，△ABO で余弦定理から求める．

■　しかし，実際に計算してみると，複雑極まりない．

計算は数式処理ソフトに任せて…．すると

$\cos\angle\mathrm{AOB}=\dfrac{229\cdot17\cdot+\sqrt{52535}\sqrt{111}}{324\cdot20}$　となり，$d=\sqrt{\dfrac{6142-23\sqrt{5831385}}{120}}$ となった．さらに，この近似値表示をさせたら，「7」とだけ出た．

えっ？　整数なの？と早とちりした．

これが整数で求まるのならば，何かもう少しスマートな方法でもあるのかも知れぬとまで思った．

■　よくよく見たら，この質問のカテゴリが「中学数学」である．

余弦定理は使えないなぁ．

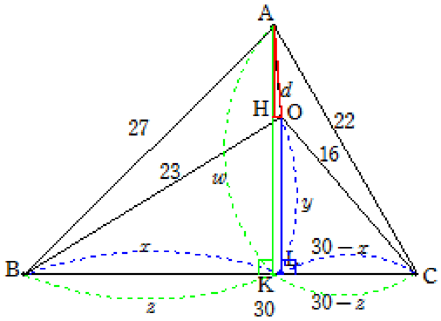
そこで，三平方の定理を用いて解いてみた．結果は当然だが同じ．

$d=\sqrt{\dfrac{6142-23\sqrt{5831385}}{120}}$ の近似値を小数点以下 12 桁まで求めてみると（デフォルトは 6 桁に設定されている数式処理ソフトソフトを使っている)，7.00000008574 と出た．

そうか，6 桁表示では確かに 7 だ．

■　私が載せた解答は，以下の通り．

図のように，x, y, z, w を置きます．三平方の定理により



$y^2=23^2-x^2=16^2-(30-x)^2$

$w^2=27^2-z^2=22^2-(30-z)^2$

が成り立ちます．これを解くと，簡単な計算によって

$x=\dfrac{391}{20}$，$y=\dfrac{23\sqrt{111}}{20}$，$z=\dfrac{229}{12}$，$w=\dfrac{\sqrt{52535}}{12}$　が得られます．

これより，赤い直角三角形 OAH から

$$d^2=(x-z)^2+(w-y)^2$$

$$=\left(\frac{391}{20}-\frac{229}{12}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{52535}}{12}-\frac{23\sqrt{111}}{20}\right)^2=\frac{61421-23\sqrt{5831385}}{120}$$

となり，$d=\sqrt{\dfrac{61421-23\sqrt{5831385}}{120}}$　となります．

ちなみに，$d=7.0000000857\cdots$　という値です．

■　それにしてもすごい値だなあ．

このことを承知の上でこの問題ができているんだろうなあ．

確信犯だよね．

2019 年 05 月 01 日