雑感　三角形の成立条件

■　センター試験の前身，共通 1 次試験．その 1981 年に次のような出題があった．

> $a=t^2+3,\ b=-t^2-2t+3,\ c=4t$　とする．
> (i)　$a>0,\ b>0,\ c>0$ が同時に成り立つための必要十分条件は $\boxed{\text{ア}}<t<\boxed{\text{イ}}$ である．
> (ii)　$a>b>0,\ a>c>0$ が同時に成り立つための必要十分条件は $\boxed{\text{ウ}}<t<\boxed{\text{エ}}$ である．
> (iii)　$a,\ b,\ c$ を 3 辺の長さとする三角形が存在するための必要十分条件は　$\boxed{\text{オ}}<t<\boxed{\text{カ}}$ である．
> (iv)(v)省略．

■　当時の高校の教科書には，三角形の辺の長さに関するきちんとした記述がなかったはずで，そのためか，(iii)は多くの受験生が困った問題だった．

問題作成者からすれば，「三角形の 2 辺の長さの和は他の 1 辺の長さより長い」という，常識的な事項だから大丈夫と思ったのだろうが….

■　近年は，数学 A の中に「図形の性質」の章が設けられ，三角形の 3 辺の長さ $a,\ b,\ c$ について，

$$|b-c|<a<b+c \quad \cdots \quad ①$$

のような形で明記しているので，以前のようには受験生は困らないのかも知れない．

しかし，①に当てはめると，

$$|-t^2-2t+3-4t|<t^2+3<-t^2-2t+3+4t$$

すなわち $|t^2+6t-3|<t^2+3<-t^2+2t+3$　というやっかいな不等式になってしまい，絶対値記号を含み，これを解くのも容易ではなさそうだ．

■　①は確かにスッキリした式だが，現実的にはむしろ，①と同値な

「$a<b+c$　かつ　$b<c+a$　かつ　$c<a+b$」　$\cdots$　②

を用いる方が便利だ．

②によれば

$t^2+3<-t^2-2t+3+4t$，　$-t^2-2t+3<4t+t^2+3$，

$4t<t^2+3-t^2-2t+3$

すなわち，　$2t^2-2t<0$，　$2t^2+6t>0$，　$6t<6$　から　$0<t<1$　となる．

(i)の条件が $0<t<1$ であることから共通部分をとって，

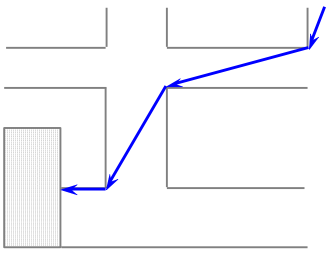
$0<t<1$　が答である．

■　もっとも，(i)の答が $0<t<1$ で，(iii)の空欄が「1 桁の整数」だから，(iii)の答は $0<t<1$ 以外には考えられないのだが，逆に(i)の計算間違いをしたかも知れないなどといった心配をしてしまいかねない．

そのことは，(ii)でも同様である．

■　①に関連して思い出したことがある．学校から駅まで歩くのに，最短距離を追求して，道路を図のように歩くことを常としていた元同僚（理科の T 先生）がいた．

生徒にその話をすると「ネタ」だと思って信じてもらえないが，真実である．



2014 年 5 月 26 日