雑感　多面体定理とセンター試験

■　数学Aの「図形の性質」で，オイラーの多面体定理が取り扱われている．

しかし，これがセンター試験で出題されると思う人は，ほとんどいないのではないか（少なくとも，私は思わない）．

教科書などの例題や練習問題では，具体的な立体を挙げ，「この定理が成り立つことを確認しよう」といった問題が大半だ．

■　センター試験の出題者は本当に意欲的であり，「教科書に載っているなら何でも出題するぞ！」という意気込みは並々でない．

2018年の追試験．

〔2〕　一般の凸多面体(へこみのない多面体)の頂点の数 v，辺の数 e，面の数 f について $v-e+f$ の値を考える。例えば，立方体の場合で考えると，この値は $\boxed{\text{ク}}$ である。

以下では $v:e=2:5$ かつ $f=38$ であるような凸多面体について考える。オイラーの多面体定理により $v-e+f=\boxed{\text{ク}}$ であることがわかるので，$v=\boxed{\text{ケコ}}$，$e=\boxed{\text{サシ}}$ である。

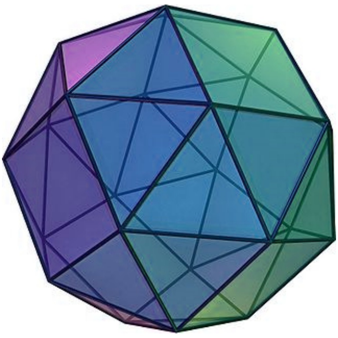
さらに，この凸多面体は x 個の正三角形の面と y 個の正方形の面で構成されていて，各頂点に集まる辺の数はすべて同じ ℓ であるとする。このとき $3x+4y=\boxed{\text{スセソ}}$ であることから $x=\boxed{\text{タチ}}$ であり，さらに $\ell=\boxed{\text{ツ}}$ である。

■　オイラーの多面体定理は $v-e+f=2$ であり，$v:e=2:5$, $f=38$ から，$v=2k, e=5k$ とすると $2k-5k+38=2$ より，$k=12$．したがって，$v=24$, $e=60$ となる．

さらに，$x+y=38$ であり，辺の数から $\dfrac{3x+4y}{2}=60$ であるから，これを解いて $x=32$, $y=6$ となる．また，1 つの頂点に ℓ 本の辺が集まり $24\ell=3x+4y$ であるから，$\ell=5$ となる．

■　う～む．こんな形での出題があるんだなあと，感心する．

32 個の正三角形と 6 個の正方形で囲まれた立体とは，どんな立体なのだろうか．



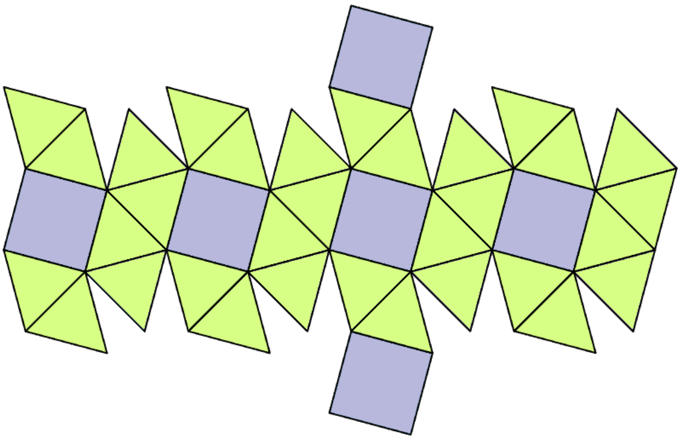
「38 面体」で検索してみると，右のような立体が挙がってくる．

英語では Snub cube ，日本語では変形立方体と呼ばれているらしい．

Wikipedia には，「変形立方体とは，半正多面体の一種で，正六面体の面をねじり，間に三角形を入れたような立体である．ねじり立方体，ねじれ立方体，変形立方八面体などともいう．反対の方向にもねじることができる」とある．

こういう立体の存在を知らなければ，作問できない内容である．

展開図は次の通りであるらしい．



2018年08月15日