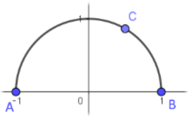
雑感　夏休みの自由研究

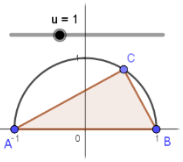
■　**こ**：おじさん，こんにちは．
お：耕太君，久しぶりだね．
メール見たけど，自由研究だって？
こ：はい．数学の課題で，自分でテーマを決めて研究してレポートにまとめなくちゃいけないんです．

■　**お**：全くのノープランということでもないよね．
こ：はい，1年生のとき，授業でタブレット使ってGeoGebraでグラフ描いたり，図形描いたりしたことがあったから，GeoGebra使って何かやれないかなと思っていて….
お：数Ⅱの授業は今，どこやってる？
こ：対数関数の終わりあたりかな．
お：微積分がまだだから，関数はちょっとナシだな．とすると，図形か．

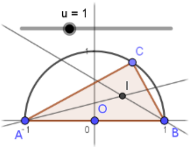
■　**お**：数Aでやった三角形の5心って，覚えてるよね．
こ：ええと，外心，内心，重心，垂心，そして傍心だったかな．
お：じゃあ，それらの点の軌跡を考えてみるか．じゃあ，GeoGebraを立ち上げてと…
こ：軌跡って，三角形を動かすの？
お：そうそう，むやみに動かすと面倒だから，底辺を固定して，それに向かう頂点を動かしてみようか．A:$(-1,0)$，B:$(1,0)$ として固定し，動く点Cをどうしようかな．う〜ん，ABを直径とする半円周上にとるか．



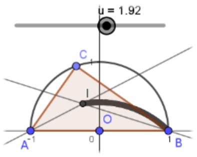
こ：点Cは，「オブジェクト上の点」ツールでとったんだよね．
お：そうそう．他にはね，スライダuとかを設定して，$(\cos(u),\sin(u))$とかしても良いよ．
こ：$0<u<\pi$ かな．
お：そうだね．その設定に変更しようか．
さあ，5心を作図してごらん．



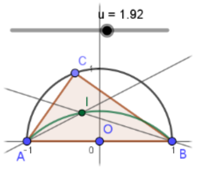
■　**こ**：まず，外心Oは辺の垂直2等分線の交点で，1つはy軸で….
あれ？この場合外心Oは原点だよね．
お：そうだね．外心は△ABCの外接円の中心でもあるからね．
こ：ということは，動かない？
お：軌跡的にはつまらなかったね．
こ：じゃあ，次，内心Iいくね．内角の2等分線を，「角の2等分線」ツールで2本引いて，交点Iが出たけど，Cを動かすには…



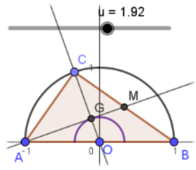
お：スライダuを動かしてごらん．
こ：あ！Cが動くと，連動して角の2等分線もIも動いたぁ．感動〜！
お：Iの軌跡をみるには，Iのプロパティで「残像表示」にして，uを「アニメーションオン」にするんだよ．



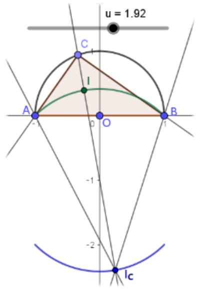
こ：軌跡はこんな曲線になるんだね．あっ，マウスで拡大したら残像が消えちゃったよ．
お：消えるね．その軌跡を描いちゃおうか．「垂線」ツールの中の最後に「軌跡」ツールがあるよね．それを使って，I,u と設定すると，Locus(I, u)となって，軌跡の曲線が現れるよ．色を変えてと….



こ：すごい．この曲線は何だろ．
お：その解明は後回しにしようか．
こ：じゃあ，次，重心Gいくね．同じようにして，こんな半円ぽいのが軌跡として出たけど．



お：いいね．
こ：次は垂心H．
AからBCへ垂線を….あっ，直角三角形だから，HはCに一致するんだ．
では，傍心I_C．外角の2等分線を考えて，この青い曲線で良いのかな．内心Iの軌跡と同じ円の弧のような感じだね．欠けている部分は，もしかするとI_A, I_Bの軌跡が埋めて，全体で円になるのかな．



お：果たしてそうかな？ それは後で家で確かめてもらうことにして，GとIの軌跡が正しくは何かを明らかにしようか．まず，重心Gからいこうか．
A,B,Cの座標が分かっているね．
こ：座標か．とすると…，Gの座標は，$((\cos u)/3,\ (\sin u)/3)$だから，半径1/3の半円でOKだね．次はIだけど，これも座標利用かな？
お：Iの場合は，座標は面倒そうだね．
角度ツールで，∠AIBを測ってごらん．
こ：ええと，135°で，あっ，uを動かしても角の大きさが変わらない！
お：それを証明すれば円弧が示せるね．
こ：円弧？円周角の定理ということか．
お：証明，簡単だから，後でやってみてね．傍心も多分，同様だと思うよ．

■　**こ**：これで終了だけど，このままレポートにまとめてもいいのかな？
お：このままレポートにしたら耕太君の課題ではないような感じだから，別の条件で同じようなことを調べてレポートにするのが良いかもね．
こ：別の条件って？
お：例えば∠Cが60°の場合とか，一般のαの場合とかね．
こ：Cが直線上を動く場合とかも？
お：やってみないと分からないけど，難しそうな軌跡が出てくるかも知れない．そのときは，またメールして．

2024年8月1日