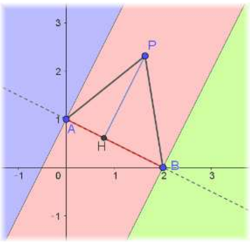
雑感　点と線分の距離；片対数グラフ用紙

■　最近の質問箱から．

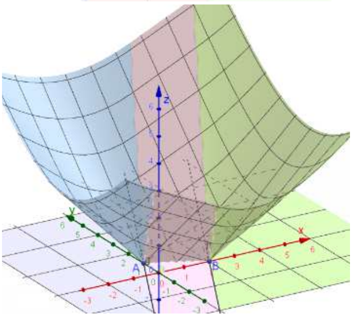
■　平面上で**点 P と線分 AB の最短距離**に関する質問条件を改題．
A(0, 1), B(2, 0), P(X, Y) に対して，点 P と線分 AB の最短距離 z を求めたいという．
z は当然，X, Y の式で表されるが，線分なので場合分けが必要になる．
直線 AB の方程式が$x+2y-2=0$ なので，線分 AB 上の点 Q をパラメータ t を用いて Q($2-2t, t$) ($0 \leq t \leq 1$) と表す．
$z^2=(2-2t-X)^2+(t-Y)^2$　だから，この t の 2 次関数を，軸の位置と区間 $0 \leq t \leq 1$との位置関係で場合分けするのが定番の 1 つのアプローチである．
しかし，図形的に考え，P から直線 AB に下ろした垂線の足 H が線分 AB に対してどこに存在するかで場合分けするアプローチもある．右図の青領域に P があれば A で，桃領域にあれば H で，緑領域にあれば B で最小となる．



P(x, y) とすると，

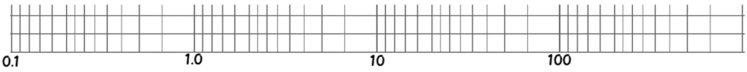
$$z=\begin{cases}\sqrt{x^2+(y-1)^2} & (\mathrm{P} \in 青)\\ \dfrac{|x+2y-2|}{\sqrt{5}} & (\mathrm{P} \in 桃)\\ \sqrt{(x-2)^2+y^2} & (\mathrm{P} \in 緑)\end{cases}$$

であり，(x, y, z) を 3D で図示すると，右のようになる(描写にとても苦労した)．

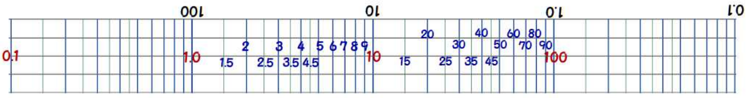


桃色部分は xy 平面上の桃色部分をV 字に 2 つ折りにした形（2 面のなす角は直角）であり，青と緑はそれぞれ円錐（頂角は直角）の半分である（青と桃，緑と桃の境界線はそれぞれ円錐の母線になる）．この平面の直角 V 字折れや円錐面は，（恥を忍んで言えば）これまで私が意識していなかったことである．

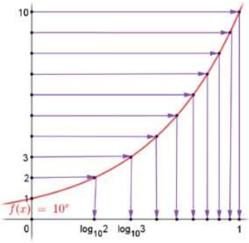
■　**片対数グラフ用紙**の使い方の質問から．
「目盛りの取り方が分かりません。調べたところ、0.1 から 0.5 までは 2 線で 0.1、0.5 から 1.0 までは 1 線で 0.1 らしいです。その要領でいくと 1.0 から 10 が上手くいきません」(添付のグラフ用紙の写真があまりにも見づらいので画像を作り替えた．書き込みの数字は手書きだった)



これに，ある回答者が，10 から 100 の間について「目盛りを数えると 10 20 30 40 50 60 65 70 75 80 85 90 95 100 となっています。」と答え，質問者が「100 が合わないこと解決しました。 全て 6 で目盛りの読みを変えることで 数値を付けられました。」で質問を決着させた．
しかし，これで良いか？　＜良いはずがない！＞
実は，片対数グラフ用紙の左右を質問者が間違えてしまっているのだ．
180°回転させて，次の赤・青字のように目盛りを打つべきなのだが…



このことを教えようとしたら，その間違った回答を質問者がベストアンサーにしてしまい，すでに回答が締め切られていた．
$y=\log_{10}x$ の変化の状態を思い出せば間違いに気づいたはずなのだが，初学者には丁寧な指導が必要だ（右図は，$\log_{10}$の値を横軸にとるために，あえて逆関数 $y=10^x$ のグラフを用いて，その状態を示した）．



2024 年 9 月 1 日