雑感　素数に関する若干のメモ

■　素数は魅力的で，未解決の問題をたくさん有する不思議な整数である．

■　「素数の一般項（第 n 番目の素数を表す n の式 $p(n)$）なんてまだ見つかっていない」と信じている人が多いが，実はよく知られた次の式などがある．

$$p(n)=1+\sum_{m=1}^{2^n}\left\lfloor\sqrt[n]{\frac{n}{\sum_{k=1}^{m}\left\lfloor\cos^2\frac{(k-1)!+1}{k}\pi\right\rfloor}}\right\rfloor$$

なお，Wikipedia には 2023 年 6 月 30 日朝現在，下の式が載っているが，**2 か所根本的な間違いがある**（間違い探しをしてみよう）．

$$p(n)=1+\sum_{m=1}^{2^n}\left\lfloor\left(\frac{n}{\sum_{k=1}^{m}\left\lfloor\cos^2\frac{(n-1)!+1}{k}n\right\rfloor}\right)^{\frac{1}{n}}\right\rfloor$$

注意！：
正しくない式

ここで，記号$\lfloor x\rfloor$ は，x を超えない最大の整数，つまり床関数 floor(x)（もっと言えば，ガウス記号を用いた$[x]$と同じ）である．

複雑な式であるため，紛い物扱いする輩もいるようだが，計算こそ複雑ではあるものの，正しい値を求めることができる式である．例えば，

$$p(1)=1+\left\lfloor\frac{1}{\left\lfloor\cos^2\frac{0!+1}{1}\pi\right\rfloor}\right\rfloor+\left\lfloor\frac{1}{\left\lfloor\cos^2\frac{0!+1}{1}\pi\right\rfloor+\left\lfloor\cos^2\frac{1!+1}{2}\pi\right\rfloor}\right\rfloor=1+1+\left\lfloor\frac{1}{2}\right\rfloor=2$$

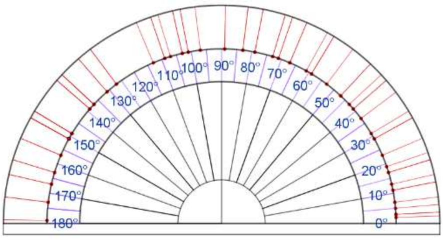
である（n が 2 以上のときはすこぶる複雑な式になるので，書くのを控えたい）．

■　素数好きには素数と言う名前だけですでに魅力的らしく，素数定規が人気らしい．何種類かあるようだが，京大の生協のみで入手可能だという上のものが良く知られている．

素数時計と言うのもあり，右のように，1〜12 時と 1〜60 分の素数時分にだけ目盛りと数字が表記されている．なお，赤字の 57 は本来素数ではないが，有名なグロタンディーク素数であり，遊び心からのものである．こういったものも売れているのだろうか．

定規があるならば，素数分度器なんてものもあるのかとググってみたが，ちょっと見つからない．分度器を普段使うことがないので，そんな酔狂な需要がないからであろう．ならばと，作ってみたのが右の通り．

こうやって素数である赤い線を見ると，素数砂漠がはっきり見える．120 前後には割と広い砂漠が広がっている．



■　先日，図書館で『素数とバレーボール』（平岡陽明著　講談社）という小説を見つけて目を通してみた．素数年齢のときが人生の(?)キーポイントとなっていたという風な，まぁ多分にご都合主義な小説である．

この中に，秀才ガンプ君が差し出した紙に書かれていた黄金比の値
1.61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281
89024497072072041893911374847540880753868917521266338622235369317931800607
67263544333890865959395829056383226613199282902678806752087668925017116962
07032221043216269548626296313614438149758701220340805887954454749246185695
36486444924104432077134494704956584678850987433944221254487706647809158846074
99887124007652170575179788341662562494075890697040002812104276217711177780
5315317141011704666599.....（もの好きにも，こんな桁まで書いてある）
について，「なにこれ」と尋ねた新田に対してガンプ君が
「お，黄金比だよ．円周率みたいに割り切れないけど，もし将来割り切れるようなことがあったら，素数なんじゃないかなと思っている」と答えている．だが，素数に詳しいという IQ180 の秀才の発言とは到底思えない．

黄金比 ϕ は$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ という無理数だから非循環小数だが，「将来割り切れることがあったら」とか「素数なんじゃないか」など，全く意味不明な記述である．

著者の無知具合もさることながら，編集者も編集者である．

素数と銘打っておけば，売り上げが伸びるとでも考えているのだろうか．

2023 年 07 月 01 日