

■ SSHの課題研究が半年の「研究」の終盤を迎え、まとめ・発表の段階に入っている。

どのようにまとめるかと、どのように発表するかは密接に関係しているが、昨年からポスター発表という形式が採られている。

したがって、ペーパーでのまとめもそれに使えるものにした方が、いろいろと手間が省ける。

そこで、サンプルを作ってみた。

■ そのために、軽めの研究を1つ行い、レポート兼ポスターの形のサンプルを作って配布した。

以下が、そのサンプルで、実物はA4用紙1枚サイズである。

提出はA4用紙で、ポスターはこれを拡大印刷して用いる。

ポスターの書き方サンプル

関数 $y = (ax^2 + bx + c)e^x$ のグラフについて

3年〇組〇番 〇〇〇〇

【概要】 $y = (ax^2 + bx + c)e^x$ ($a > 0$) という関数のグラフが、係数 a, b, c によって6つのタイプに分類できた。

また、その極値を与える x の値と変曲点を与える x の値が、2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ の軸の位置と興味深い関係を持っていることが分かった。

1 研究方法

どのような形状が考えられるのかを、あらかじめパソコンを用いて係数を変えたグラフをGrapesで実験的に描いてみた。その後、微分法により考察した。

2 結果

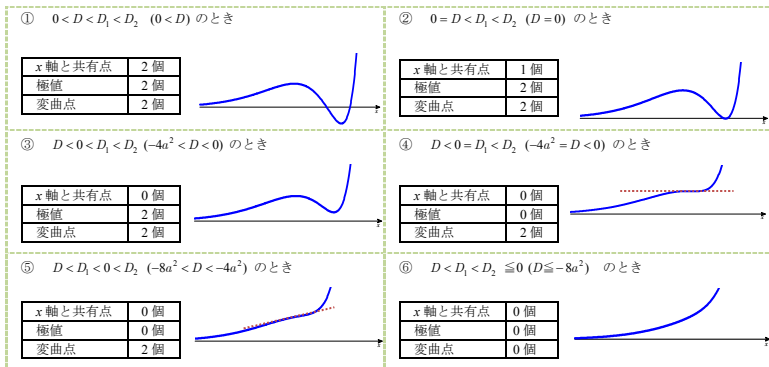
(1) $y = (ax^2 + bx + c)e^x$ について $y' = \{ax^2 + (2a+b)x + (b+c)\}e^x$, $y'' = \{ax^2 + (4a+b)x + (2a+2b+c)\}e^x$.

2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ の判別式は $D = b^2 - 4ac$.

$y' = 0 \Leftrightarrow ax^2 + (2a+b)x + (b+c) = 0$ で、この判別式 $D_1 = (2a+b)^2 - 4a(b+c) = D + 4a^2$.

$y'' = 0 \Leftrightarrow ax^2 + (4a+b)x + (2a+2b+c) = 0$ で、この判別式 $D_2 = (4a+b)^2 - 4a(2a+2b+c) = D + 8a^2$.

常に $D < D_1 < D_2$ であり、次のように分類できた。



(2) ①, ②, ③の場合における関係

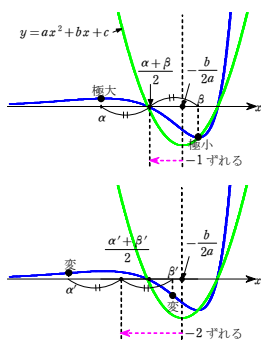
■ 極値を与える x の値の関係

右図で $\alpha + \beta = -\frac{2a+b}{a}$ であるから、 $\frac{\alpha + \beta}{2} = -1 - \frac{b}{2a}$ である。

$y = ax^2 + bx + c$ の軸は $x = -\frac{b}{2a}$ であり、 $\frac{\alpha + \beta}{2}$ は軸から-1ずれている。

■ 変曲点を与える x の値の関係

右下図で $\frac{\alpha' + \beta'}{2} = -\frac{4a+b}{2a} = -2 - \frac{b}{2a}$ であるから、 $\frac{\alpha' + \beta'}{2}$ は軸から-2ずれている。



3 今後の課題・反省

- (1) 他に3次関数と指数関数の積なども調べてみたい。
- (2) Grapesで実験的にグラフを描くとき、2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフも併せて描くと、性質などの理解がし易かったと思われる。

■ 今回これを数学選択者に配ったところ、2人の生徒が予想外の反応をしてくれた。

(1)の分類に「へ～え、面白い関係があるんですね」と興味を持ってくれたのだ。気をよくして(2)の解説までしてしまった。

フォーマットの紹介のつもりだったが、形式だけでなく、中身も大事だと痛感した次第。