雑感　組み立て除法の用途

■　数学Ⅱで整式の割り算や因数定理を学習する折,「組み立て除法」を指導するかどうかは，見解が分かれる．

私の趣味では，「しっかり指導する」というスタンスである．

その理由は，組み立て除法は計算が速いことと，意外に用途が広いからである．

■　一番オーソドックスな用途は，因数定理を利用した因数分解および高次方程式を解く場合である．

【例 1】　$4x^3-2x^2-8x-3$　を因数分解せよ．

この問題を解くにあたって，左辺に代入して 0 となる値を探す．-3 の約数 $1,\ -1,\ 3,\ -3$ で全滅した後，分数の代入となる．この代入計算は分数の計算で，多くの生徒が苦手である．

しかし, ここで組み立て除法を用いると，$\dfrac{1}{2}$ でダメ（左），$-\dfrac{1}{2}$ で OK（右）と，簡単に分かる．

$$\begin{array}{r|rrrr}
\frac{1}{2} & 4 & -2 & -8 & -3 \\
 & & 2 & 0 & -4 \\ \hline
 & 4 & 0 & -8 & \| -7
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|rrrr}
-\frac{1}{2} & 4 & -2 & -8 & -3 \\
 & & -2 & 2 & 3 \\ \hline
 & 4 & -4 & -6 & \| \ 0
\end{array}$$

(与式) $=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)(4x^2-4x-6)=(2x+1)(2x^2-2x-3)$ となる．

このように，分数の代入で威力を発揮し，余りが 0 となった段階で割り算まで済んでいるというのがうれしい限りだ．

■　もう 1 つ用途を挙げれば，「2 次式の平方完成」である．係数が分数や文字式だったりしたとき，平方完成の計算は煩雑であり，計算間違いしやすい．

参考書の中には，$ax^2+bx+c=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$ を「公式」として覚え，代入するという方法を紹介しているものがある．あるいは,「公式」を覚えなくても，$f(x)=ax^2+bx+c$ に対して，$f'(x)=2ax+b$ で，$f'(x)=0$ の解 $x=-\dfrac{b}{2a}$ で極値をとることから，$f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$ の計算をすれば，頂点の y 座標として $-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$ が求まると紹介してある参考書もある．

しかし，次のような複雑な係数の場合，計算はいずれの方法でも煩雑である．

【例 2】　$f(x)=-\dfrac{3}{2}x^2+\dfrac{5}{3}x-\dfrac{4}{9}$　の平方完成.

軸の方程式が　$x=-\dfrac{b}{2a}$　ということだけ覚えておいて, 組み立て除法をやるとよい．

軸は $x=-\dfrac{5}{3}\div(-3)=\dfrac{5}{9}$　で

右の割り算から

$f(x)=-\dfrac{3}{2}\left(x-\dfrac{5}{9}\right)^2+\dfrac{1}{54}$　と

なる．

$$\begin{array}{r|rrl}
\frac{5}{9} & -\frac{3}{2} & \frac{5}{3} & -\frac{4}{9} \\
 & & -\frac{5}{6} & \frac{25}{54} \\ \hline
 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{6} & \| -\frac{24}{54}+\frac{25}{54}=\frac{1}{54}
\end{array}$$

なぜこれで良いかは，

$ax^2+bx+c=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$ より，左辺を $x+\dfrac{b}{2a}$ で割った余りが $-\dfrac{b^2-4ac}{2a}$ になるからである．