

雑感 火山灰はどう積もるか

■ 海か湖に平らな島があり、そこに火山灰が真上からまっすぐ降ってきて堆積するとする。そのときできる山の形はどのような形になるだろうか。

このことについては、すでいくつかの研究があり、SSH指定校などをはじめとしてその研究成果がWeb上などにも掲載されている。

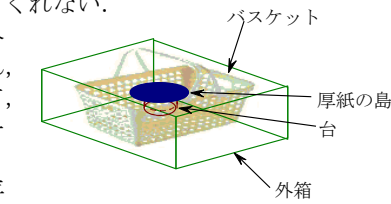
■ 本校の数学部も、(いささか後追いだが)2年生がこのテーマに取り組んできた。

実際に堆積させる実験をし、「理論」との照合をしていくという流れである。

実験では堆積させる「火山灰」を何にするか、どう堆積させるとうまく山ができるかなど、試行錯誤の中で手法の改善がなされている。

火山灰として「塩」を用いることが多いようだが、部員は非常に細かなビーズを用いている。塩に比べてサラサラしていて扱いやすいものの、厚紙の島に降らせると厚紙の表面で跳ね返って上手く堆積してくれない。

部員たちは工夫して、外箱の中にバスケットを入れ、バスケット内に島を置いて、バスケットごと外箱を一杯の灰を埋める。その後、バスケットをゆっくり水平に持ち上げる。すると、見事なほどきれいな山ができる。



右図は楕円の厚紙での実験結果であるが、長軸上にくっきりとした稜線が現れている。

■ 「理論」は、「端まで等距離の場所に稜線ができる」である。平行な長い島であれば、島の幅の中央に長く一直線の山稜が現れ、円形の島であれば稜線は現れず、円錐の山ができるということが基本である。

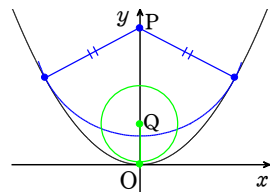
したがって、三角形の島であれば、辺までの距離が等しい点の軌跡である内角の2等分線に稜線が現れ、内心が山頂となる。実験を行ってみると、見事にその通りになる。

■ 例えば半円であれば、写真のようになるが、この稜線は放物線である。このことは、焦点と準線に関する放物線の定義と絡めて考えれば、割と容易に証明ができる(本校が使っている数学IIIの傍用問題集にも、座標感覚で軌跡の問題が載っている)。



この写真は私が塩を用いて堆積させたものだが、厚紙への跳ね返りを少なくするため、厚紙に薄く糊を塗り、あらかじめ塩を薄く接着させてから塩を上から降らせて撮影した。ビーズよりも荒いのは致し方ない。

■ 興味深いのは放物線や楕円などである。図のような放物線の対称軸上の点Pでは、放物線まで等距離の点が2つ存在するから、Pには稜線ができる。しかし、頂点に近い点Qでは、放物線上に等距離であるような異なる2点は存在しない。したがって、Qには稜線ができない。つまり、頂点に近い場所には稜線ができない。



上の楕円の場合では、左右の頂点に近い場所には稜線ができていない。

■ さて、こういった結果を利用できる場面はないのか？

■ 藪から棒な話だが、琵琶湖の自治体境が決定したのは、2007年と新しい。2007年05月08日の朝日新聞記事を載せる。

東京都の約3分の1に匹敵する面積を持ちながら、どの市町にも組み入れられていなかった琵琶湖の帰属が決まった。8日、大津市で開かれた検討会議で沿岸の14自治体が「分割案」に合意した。国からの地方交付税の増額につながるため9年前から検討されてきたが、市町村合併が進められていたこともあり、実現が遅れていた。各自治体は交付税の増加分の一部を、琵琶湖の環境保全に役立てる。

琵琶湖の面積は約670平方キロで、滋賀県の面積の約6分の1。これまでどの市町にも属しておらず、面積を基準に算定される交付税で計2億8,300万円損をしている勘定だった。

県は当初、「琵琶湖は県共有の財産」との考えから、境界線の設定に消極的だったが、厳しい財政難に直面している各市町村が交付税の増額につながる境界の画定を要望。その後、「平成の大合併」が持ち上がり議論が休止されるなどしたが、昨年3月までに合併も一段落。沿岸の自治体が14市町で確定したため、昨年5月から改めて境界設定の論議を続けていた。

境界線は、対岸を最短距離で結んだ中間点とする「等距離線主義」で設定。増加する面積は約182平方キロ(高島市)~約3平方キロ(木之本町)で、増加する交付税はそれぞれ7,700万~100万円と試算されている。各市町はまとまった案を議会に提案。可決後、9月末までに総務省に届け出れば、08年度から交付税が増える見通しという。



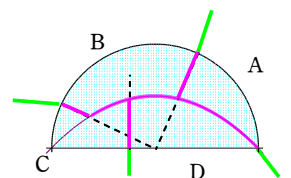
図を見ると長浜市と近江八幡市の分が広すぎるように見えるが、実は竹生島と沖島があって、それぞれ長浜市、近江八幡市に所属するためと考えられる。

■ 新聞記事では「等距離線主義」と命名し、若干の解説があるものの、現実の線引きは容易ではないはずだ。実際にはポロノイ図を用いた処理を行ったりするようだが、ずいぶん面倒だと思われる。

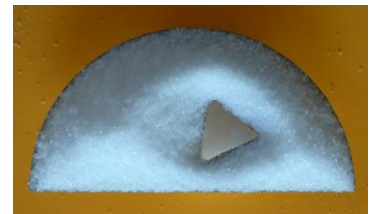
こういった線引きに、この堆積が使えないものか。

自治体境と湖畔の交点から、湖畔の法線方向に境界線を引き、湖畔への等距離の線と併せて境界線を作る。

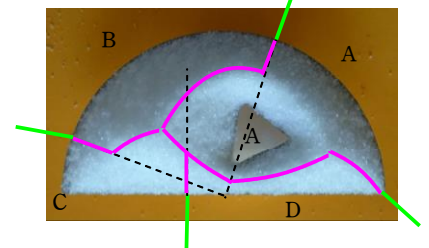
試みに、右のような半月湖をA, B, C, Dの4つの自治体に分ける(グリーンの線が自治体境界線)場合について、境界線を引いてみた。印象としては、Cから文句が出るかも知れないなあ。



複雑な形の湖(当然、これが普通である)の場合、厚紙を切り抜いて塩を堆積させて境界線を決定する。また、島がある場合には、島の形に厚紙に穴を空けて、塩がこぼれ落ちるようにすればよいはずだ。



三角島がAに所属する場合、右下のような境界になる。



とは言い、アバウトすぎるかなあ。