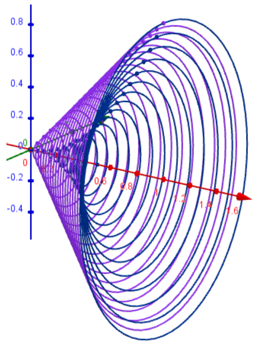
雑感　## 回転体の図示

■　やや複雑な回転体だと，それがどのような立体なのかわからないという生徒は少なくない．

実物を見せるのが一番だが，そうもいかない．見取り図や，様々な方向からの図を見せて納得してもらうことにするとしても，その図を描くのは，あまり簡単なことではない．

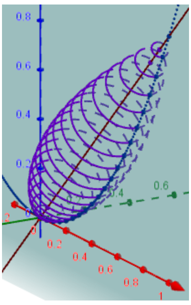
GeoGebra でいくつか描いてみた．



■　右は放物線 $y=x^2$ と直線 $y=x$ で囲まれた部分を x 軸周りに回転させたもので，外側が $y=x$，内側が $y=x^2$ の回転でできていて，くり抜きがある．

点 P$(0,\ a,\ a^2)$などを設定し，P を x 軸を回転軸として回転させた円を描き，a を 0.05 刻みで変化させて，残像化して描いた．

画像を回転させると，いろいろな方向から見ることができる．

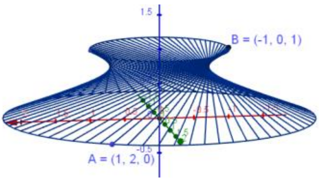


■　上と同じ図形だが，直線 $y=x$ を軸として回転させた，いわゆる「斜回転体」の図である．空間内に軸となる直線を描き，それを軸として $y=x^2$ 上の点を回転させた．

回転軸を座標軸以外にも設定できるので，こういったことが容易に可能である．

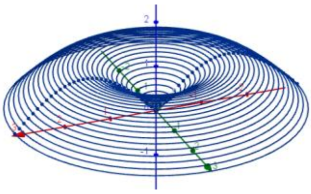
■　空間内の線分を，それとねじれの位置にある直線の周りに回転させる問題は，よく見かける．

図は，A(1, 2,0), B(-1, 0, 1) に対して，線分 AB を z 軸の周りに回転させたものである．側面は一葉双曲面になる．z 軸を含む平面で切ったとき，断面に双曲線が現れる．



■　右は $y=\sin x$ $(0\leqq x\leqq \pi)$ を z 軸の周りに回転させたもの．

いわゆる，バームクーヘン型の積分を行えば簡単に体積が求められるが，普通に計算すると結構煩雑な途中経過を覚悟する必要がある回転体．

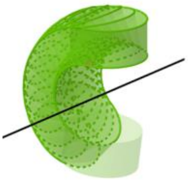


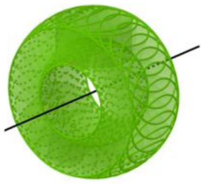
■　回転体といえども，図示が容易でないものもたくさんある．

円柱 $x^2+y^2=1(1\leqq z\leqq 2)$を，$x$ 軸の周りに回転させた回転体は分かりづらい．右がそれ(上は回転の途中)だが，これを見ても分かりやすいとは言えない．アニメーション画像にしてみると，それなりに分かる．GIF ファイルを載せたいところだが，サイズが大きすぎて断念．

そこで，アップローダに挙げてみた．

http://whitecats.dip.jp/up/download/1585619436/attach/1585619436.gif　　password:kaiten





今年(2020 年)の京大の最終問題（下に載せた）などはもっと分かりづらい．これの図示は GeoGebra を以てしても無理みたいだ．

x, y, z を座標とする空間において，xz 平面内の曲線

$$z=\sqrt{\log(1+x)}\quad (0\leqq x\leqq 1)$$

を z 軸のまわりに 1 回転させるとき，この曲線が通過した部分よりなる図形を S とする．この S をさらに x 軸のまわりに 1 回転させるとき，S が通過した部分よりなる立体を V とする．このとき，V の体積を求めよ．

2020 年 04 月 01 日