

雑感 数学的帰納法と厳密性

■ 25年ほど前、「指導しづらい教材の指導法」といった内容で、数名の先生方と研究協議をし、「指導案を作る」という研究をしたことがあったが、その教材の1つが数学的帰納法であった。

■ その折り、数学的帰納法の原理を理解させるために、(別段目新しいことではないが)ドミノ倒しを用いる指導を提案し、採用された。

爾来、数学的帰納法の授業では必ずドミノ倒しを実演している。ドミノのチップに何を用いるか試行錯誤を重ねたが、最近はホームセンターで入手した木材片(1袋に4片入り)を使用している。

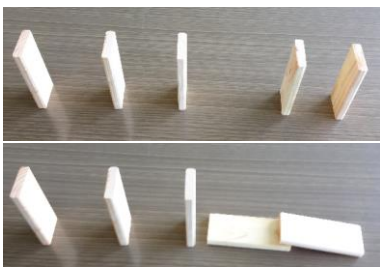


■ 言うまでもなく、このチップを並べて倒す。そして、チップが倒れ続けていく仕組みを考える。

この「倒れ続けていく」という表現を意識的に使いながら、「ずっとずっとどこまでも、すべての自然数 n に対して」といった意味合いを持たせていくことにしている。



■ さて、その仕組みの理解のためには、一部の間隔を広くして並べた「倒れ続けていかない」ドミノも例示する。そして、「なぜ、倒れ続けていかないのか？」を問いかける。すると、決まって「間隔が広すぎるから」といった返答があり、「 k 番目が倒れたら、必ず $k+1$ 番目が倒れるようになっている」ことの重要性を確認する。これが数学的帰納法の原理に直結する。



■ しかし、ここで終わらない。もう1回倒れ続けて行く間隔に並べ直し、「これなら大丈夫だね？」と問うと、生徒たちは首肯する。ここで「本当？」と畳みかけ、一芝居を打つ。そのまましばらく、じーっとしている。

「倒れないじゃないか!!」と言い、「だって、最初を倒さないもん」という返答を引き出せば成功である。

「1番目のチップが倒れることも必要なんだね」

■ この後は、等式の証明で証明のフォーマットをしっかり押さえ、不等式や倍数、漸化式といった定番の問題に移っていく。

指導する対象によっては、2つを仮定したりといった発展バージョンにも触れる。

■ さて、この数学的帰納法という証明方法は誰が考え出したのだろう。『大数学者に学ぶ入試数学IA』(数研出版：秋山仁監修)によれば、パスカルだという。

そこに書かれていることだが「現在の形ではなく、 $n=k$ の代わりに $n=4$ を用いている。しかし、証明は $n=4$ でなくても任意の自然数で成立する形で書かれている」という。

答案を $n=4$ で書いたら×だが、パスカルは原理的に理解できる書き方をしていたから○ということだ。

■ 証明に要求される厳密性は、時代によって変わる。

『関数とは何か』(近代科学社：岡本久、長岡亮介)は、関数概念の変化を歴史の中で追いながら、時代時代に要求された厳密性についても考察があって面白いというのは、失礼な読み誤りだろうか。