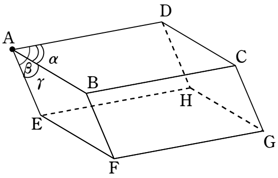
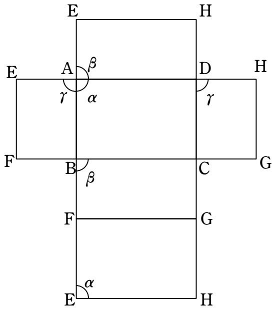
雑感　# 平行六面体の展開図

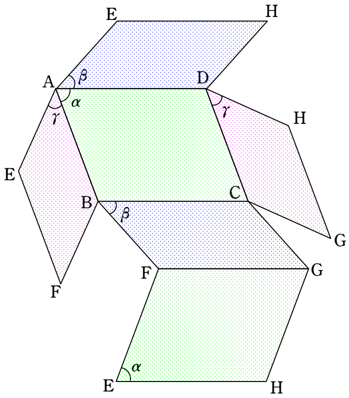


■　空間ベクトルの授業の中で登場するのが，平行六面体という立体である．生徒に，この立体の見取り図から，展開図を描かせると面白い．「将来，建築をやろうなどという者は，これが描けなきゃ困るよなあ」などとけしかけながら，様子を見て回る．あれこれ頭をひねって，平行四辺形をつなぎ合わせていくが，すんなりとは正しく描けない．



■　直方体の展開図を描いておいて，見取り図を見ながら角度を書き込み，それを基にして展開図を描くと描きやすい．

　生徒によって，様々な展開をして，アクロバチックな展開図を描いたりするので，後で答え合わせをするためには,「つなげておく辺」を「AD，BC，FG，AB，CD」のように指示しておくと良い．



■　生徒が間違えるのは，平行四辺形の角度である．

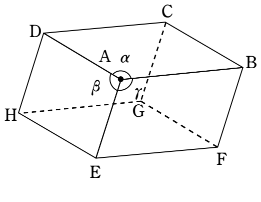
　見取り図ではそのままの合同に見えている向かい合う合同な平行四辺形が，展開図では互いに裏向き（鏡像）になることに気づかない生徒が多く，それが間違いの原因である．また，そのことに注意すれば，生徒が描いた展開図が正しいかどうかの判断も，やり易い．

■　上の平行六面体は，点 A に集まる角α, β, γを鋭角（厳密には90°以下）にとった．このような平行六面体が存在するための条件を考えてみる． α, β, γの補角をそれぞれα', β', γ'とすると，この平行六面体の 8 つの頂点に集まる角は次の 4 種類の組み合わせである．

　(α, β, γ)，$(\alpha, \beta', \gamma')$，$(\alpha', \beta, \gamma')$，$(\alpha', \beta', \gamma)$．

　従って， $\alpha+\beta'+\gamma'<360°$， $\alpha'+\beta+\gamma'<360°$， $\alpha'+\beta'+\gamma<360°$ である．ここで， $\alpha'=180°-\alpha$, $\beta'=180°-\beta$, $\gamma'=180°-\gamma$ であることを用いると， $\alpha<\beta+\gamma$, $\beta<\gamma+\alpha$, $\gamma<\alpha+\beta$ である．これは，三角形の辺の長さの関係と同様で， $|\beta-\gamma|<\alpha<\beta+\gamma$ とまとめることができる．

　これから， $\alpha=60°$, $\beta=20°$, $\gamma=30°$ などといった平行六面体は存在しないことになる．



■　また，点 A に集まる 3 つの角α, β, γが鈍角（厳密には90°以上）の平行六面体を考えることができる．

　この場合，頂点 A に集まる角の和が$\alpha+\beta+\gamma$で，A，G 以外の頂点に集まる角の和は$\alpha+\beta+\gamma$以下であるから，このα, β, γが満たすべき条件は， $270°\leqq\alpha+\beta+\gamma<360°$ である．