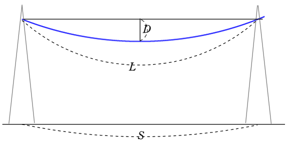
雑感　働く数学のリアル

■　数学が現実の日常生活で，どのように働いているのかという状況を，例えば生徒たちに対して説明するのは重要なことでありながら，リアルな話となるとなかなか難しい．

　線型計画法でコスト追求の話をしてみても，単純化されたモデルにリアリティは低い．デジタル機器で音楽を聴くとき，0 と 1 の 2 種類からなるデータから，フーリエ解析を用いて「音波」を作り出しているのだと話をしてみても，フーリエ解析の難しさの前に，「なるほど」とは思ってもらえない．

■　数学 III の授業で曲線の長さを積分で求めるとき，カテナリーを扱う．計算後，「電力会社が送電線を新たに引くとき，必要な送電線の長さはこうやって積分計算しているのかも知れないね」などと説明すると，生徒は「なるほど，こんなところに定積分が使われているのか」と思ってくれる．

　しかし，電力会社や電気工事会社には，値を代入すれば長さを計算してくれるソフトがあったりして，現実には定積分をしているわけはないだろうなと推察する．



　ちょっとググってみたら，電気工事士の試験では，$L=S+\dfrac{8D^2}{3S}$ という公式が使われているらしい．　ということは，定積分は現実には使われていない．

　この式がどの程度の精度のものなのかは，現実の S や D の値がどの位の値なのかということを知らないから，何とも言えない．

　しかも，さらにググってみたら，上の式は曲線をカテナリーでなく放物線として考えて扱う場合の公式であるというから，「う〜む」の世界である．放物線の弧長は定積分で計算できるが，log を含んだ式になるはずで，上のような四則演算で求まるものではない．

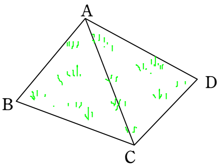
　実際，図の曲線を放物線であるとすれば曲線は $y=\dfrac{4D}{S^2}x^2$ と合同で，正しく計算すれば次のようになり，上式ほど単純ではない．

$$L=2\int_0^{S/2}\sqrt{1+\left(\frac{8D}{S^2}x\right)^2}\,dx=\frac{\sqrt{16D^2+S^2}}{2}+\frac{S^2}{8D}\log\frac{\sqrt{16D^2+S^2}+4D}{S}\ .$$

なお，この式を WolframAlpha のサイトにより $S=\infty$ でローラン展開してみると $L=S+\dfrac{8D^2}{3S}-\dfrac{32D^4}{5S^3}+\dfrac{256D^6}{7S^5}-\cdots$ となるので，第 3 項以下を切り捨てて上式が近似式として得られていると考えられる．

　使う公式を導く段階で定積分が使われはしたが，公式化された段階で定積分は消え失せてしまって，見えなくなってしまった．

　働く数学の現場は見えていないことが多いし，理論と現実の乖離も分野によっては相当ある．そういった中で，「働く現場」のリアルを見せることはとても重要だが，難しいことなのだろう．



■　「(一部の）不動産屋が土地の面積を，巻き尺と電卓のみでヘロンの公式を使って求める」という話では，働く数学の現場がよく見える．

　四角形 ABCD の土地を，$\triangle$ABC と $\triangle$ACD に分割し，すべての辺の長さを巻き尺で計測し，2 つの三角形の面積をヘロンの公式で計算する．それらを加えて，四角形の土地の面積を求める．誤差を少なくするために，$\triangle$ABD＋$\triangle$BCD も計算して，相加平均をとる．

　この方法は，三角形の高さを測りとるという煩雑な計測（巻き尺だけでは厳密な計測は大変だろうなあ）が省けて便利である．

■　『はたらく数学』（篠崎菜穂子・日本実業出版社）のカバーに書かれた宣伝文句は，「25 の仕事でわかる数学の本当の使われ方」「数学は，どんな場面で役に立っている？」「数学は本当に役立つの？　どこで使うの？　という素朴な疑問をスッキリ解決！」である．

　着眼点はとてもよい．この本が宣伝文句どおりなら，魅力的な本である．「早速，学校の図書館に入れてもらわなくちゃ」と思ったが，まずは近くの公共図書館から借りて読んでみた．

■　いやー，図書館から借りて良かった．全く期待外れの極みであり，買うまでもない．私たちが働く数学に期待しているのは，不動産屋さんのヘロンの公式話なのである．

2015 年 9 月 1 日