

## 雑感 旧課程への配慮

■ 数学にとっての新課程の大学入試が始まった。大学によっては、早稲田大学などのように「新課程と旧課程の共通範囲から出題する」と宣言している大学も少なくない。

一方、「旧課程履修者が不利にならないように配慮する」とか選択問題などの対応をとる大学もある。しかし、問題が異なるとすれば、難易度の調整に頭が痛い。

■ 同志社大学は今年、次のような出題をした。

次の2問[A], [イ]のうち1題を選択し答えよ。

[A]  $i = \sqrt{-1}$  とし、 $\bar{z}$  は  $z$  の共役な複素数を表すとする。次の問いに答えよ。

- (1) 複素数  $z = 2 + i$  に対して、複素数  $z_1 = (1 + \sqrt{3}i)\bar{z}$  の値を求めよ。
- (2) 実数  $k$  と複素数  $z = 1 + ti$  ( $t$  は実数) に対して、次の等式が成立する  $k, t$  の組をすべて求めよ。

$$(1 + \sqrt{3}i)\bar{z} = kz$$

- (3) 複素数  $w_1$  に対して、複素数  $w_2, w_3$  を

$$w_2 = (1 + \sqrt{3}i)\bar{w}_1, w_3 = (1 + \sqrt{3}i)\bar{w}_2$$

によって定める。  $w_3$  を  $w_1$  を用いて表せ。

- (4) 上の(1)で求めた  $z_1$  に対して、複素数  $z_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を

$$z_{n+1} = (1 + \sqrt{3}i)\bar{z}_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。  $z_{2m-1}$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) を  $m$  を用いて表せ。

[イ] 行列  $A$  を  $A = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$  とする。次の問いに答えよ。

- (1) 行列  $A$  の表す 1 次変換が点  $(2, 1)$  を  $P_1$  に移すとする。  $P_1$  の座標を求めよ。
- (2) 次の等式が成立する  $k, t$  の組をすべて求めよ。

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \\ kt \end{pmatrix}$$

- (3)  $A^2$  を求めよ。
- (4) 行列  $A^n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) の表す 1 次変換が点  $(2, 1)$  を点  $P_n$  に移すとする。  $P_{2m-1}$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) の座標を求めよ。

■ 平易な問題であるが、見事な対応である。

複素数平面上の点  $z = x + yi$  に対して、座標平面上の点  $P(x, y)$  を対応させ、複素数平面上の実軸対称(共役  $\bar{z}_n$ ) と回転拡大( $\times (1 + \sqrt{3}i)$ ) の合成変換を、座標平面上の  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  ( $x$  軸対称) と  $\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$  (回転拡大) の合成からできる 1 次変換に対応させて、同意の問題に仕立て上げている。

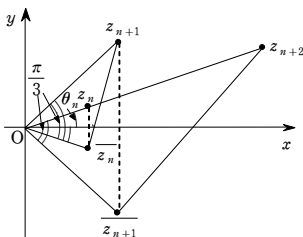
■ 計算もほとんど同じようなもので、選択の有利不利もなからう。これが「配慮」の 1 つのあり方である。

難点を言えば、(2)の(1次変換感覚で言えば)固有ベクトルと固有値を求めたのにもかかわらず、それが全く生かされておらず、単なる計算問題に帰したと言うことである。

■ この変換は 1 次変換的にはやや分かりづらいが、複素数平面的には右図のように極めて分かり易い。  $\arg z_n = \theta_n$  とすれば、

$$\arg z_{n+1} = \frac{\pi}{3} - \theta_n,$$

$$\arg z_{n+2} = \frac{\pi}{3} - \left(\frac{\pi}{3} - \theta_n\right) = \theta_n = \arg z_n$$



で、この変換を 2 回繰り返すと偏角が元に戻り、絶対値が 4 倍になる。それが、それぞれの(3)の内容である。