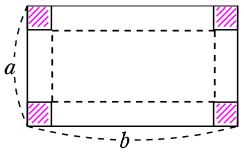
雑感　箱の容積最大問題と折り紙

■　縦，横の長さがそれぞれ a，b の長方形の紙がある．4 隅から合同な正方形を切り取り，直角に折り曲げて蓋のない箱を作る．容積を最大にするには切り取る正方形の 1 辺の長さをどれだけにしたらよいかは，3 次関数の微分法の問題として，容易に解決でき，その長さは $\dfrac{a+b-\sqrt{a^2-ab+b^2}}{6}$ である．



■　手元に定規などがなく，その紙のみがある場合，容積が最大となるような箱を作ることができるだろうか．もちろん，紙をのり付けする材料はあるものとしての話である．

答は Yes である．

その折り紙的手法を次に載せるが，大きく 3 段階に分かれる．

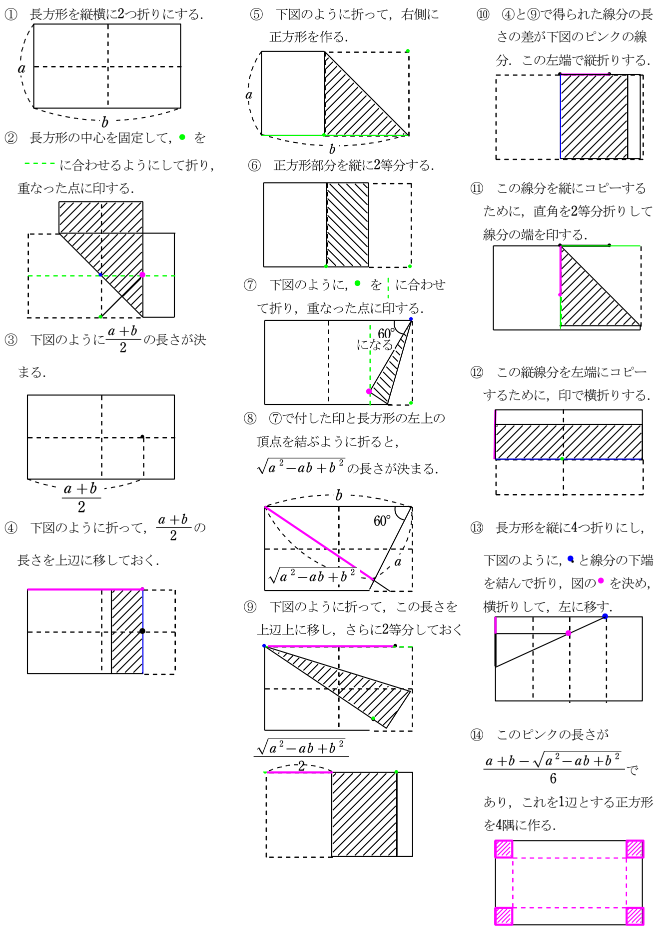
(A)　$\dfrac{a+b}{2}$ の長さを作る　(B)　$\dfrac{\sqrt{a^2-ab+b^2}}{2}$ の長さを作る

(C)　$\dfrac{a+b-\sqrt{a^2-ab+b^2}}{2}$ の長さを作り，3 等分する

■　3 つの流れに沿って説明すれば，おおよそ次の通りである（もしかしたら，もう少し効率的な方法があるかも知れない）．

文字が小さくて申し訳ないが，拡大してご覧あれ．

（A）　（B）　（C）



■　余弦定理を用いる $\sqrt{a^2-ab+b^2}$ の長さ作りが（自画自賛ながら）絶妙だが，折り紙の可能性と威力をまざまざと思い知らされる．

2014 年 12 月 15 日