

雑感 手抜き関数グラフアート

■ 円や楕円など方程式などを学んだ後、グラフとして曲線が描けることから、関数式を用いて絵を描こうという試みがなされている。

手書きでグラフを描くのは大変骨の折れることだが、コンピュータやスマホで手軽に精密なグラフが描けるようになった今、そういったことが比較的容易にできるようになった。

■ そのような取り組みの1つは関数グラフアートと呼ばれているようで、使用するアプリとして昔は Grapes などが使われたりもしていたが、最近では Desmos を使ったものをよく見かけるようになった。

このソフトについては詳しくはないのだが、関数グラフアートにおいて、陰関数のグラフ範囲の指定が容易にできることが大きな1つの利点で、利用しやすいのであろうと思われる。

円弧の一部を使いたいなどというとき、例えば $x^2+y^2=4\{-1<x<1\}\{y>0\}$ とか、 $x^2+y^2=4\{y<x-1\}$ などといった指定が可能である。

陰関数におけるこの機能は(私が良く使っている)GeoGebra にはない(と思う)。もし、GeoGebra でこのようなことを行おうとすれば、(ヘビサイド関数のような)範囲を制限する関数を定義して面倒な式を作る必要がある*。

■ とは言え、GeoGebra には別の利点があり、3点を指定すればその3点を通る円弧を描いてくれるのはもちろん、5点を指定すればその5点を通る2次曲線を描いてくれる。しかも、その方程式を表示してくれるのである。

■ そこで、右図のようなカップを手抜きして描いてみることにする。

まず GeoGebra の出番である。上の画像をクリップボードにコピーし、編集>画像の挿入で画像を貼り付ける。プロパティの色で透過率を50%程度に下げ、座標軸などを見やすくしておく。

例えば下の部分の曲線は、輪郭に沿って5つの点(W, Z, A1, B1, C1)を描き、その5点を通る2次曲線(この場合は軸の傾いた楕円)を描く。思うように絵と重ならないときは、点の位置をずらして見て、うまく重なる位置を探す。

このように描いた下の部分の曲線の方程式は GeoGebra に次のように

$$0.5504x^2 + 0.1967x y + 3.5518y^2 + 0.5984x + 17.1152y = -17.4624$$

と表示されるが、そのテキストでのコピーができないのが難点である。

■ こういった式を Desmos に打ち込み、適度に範囲指定を行った図が次の通りである。

上の式の桁数が異様に多いと感じたかも知れないが、係数の表示桁数を小数点以下4桁ほどまで精密にとらないと、曲線が微妙にずれてしまうようだ。

左のライン上部に若干のずれがあり、微調整の必要もありそうだが、なかなかの出来であるというのは、文字通りの自画自賛。

■ このようなカップを関数グラフアートで描こうとすれば、上面や底面は軸が座標軸に垂直な楕円で描くことが多いだろうが、それよりも格段に自然なカップになった。

「このような方法で関数グラフアートを描こう！」などというつもりは毛頭ないが、1つの可能性を試みた結果である。

* $x^2+y^2=4\{-1<x<1\}\{y>0\}$, $x^2+y^2=4\{y<x-1\}$ を GeoGebra で描くには、例えば3つの関数 $J(x):=if(-1<x<1,1)$, $K(x):=if(x>0,1)$, $I(x,y):=if(y<x-1,1)$ を定義し、 $(x*J(x))^2+(y*K(y))^2=4$, $(x*I)^2+(y*I)^2=4$ とすればよい(右図がその結果)。

