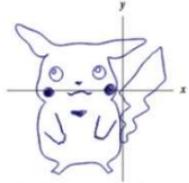


雑感 WolframAlpha のピカチュウを GeoGebra で描く

■ WolframAlpha のサイト (<https://www.wolframalpha.com/>) に、「ピカチュウ曲線」(右) が載っていることは有名なので、ご存じの方も多かろう。それを描くパラメータ表示の方程式も載っていて、それはいわばピカチュウの方程式である。それをコピーすることは可能だが、そのすべてをここに載せると、それだけで 2 ページ分を超えてしまうので、以下を見ていただこう。

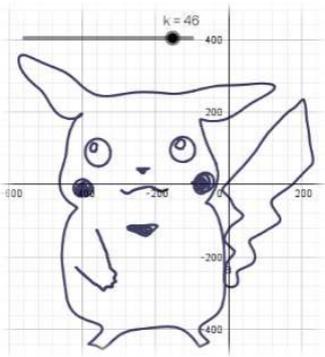


(tが0から52πまでのときのプロット)

[https://www.wolframalpha.com/input?i=%E3%83%94%E3%82%AB%E3%83%81%E3%83%A5%E3%82%A6%E3%81AE%E3%82%88%E3%81%86%E3%81%A&E6%9B%E7%B7%9A&assumption=%22ClashPref%22+%3E+%7B%22PopularCurve%22%2C+%22PikachuCurve%22%7D&lang=ja](https://www.wolframalpha.com/input?i=%E3%83%94%E3%82%AB%E3%83%81%E3%83%A5%E3%82%A6%E3%81AE%E3%82%88%E3%81%86%E3%81%A%E3%82%88%E3%81%86%E3%81%A&E6%9B%E7%B7%9A&assumption=%22ClashPref%22+%3E+%7B%22PopularCurve%22%2C+%22PikachuCurve%22%7D&lang=ja)

■ 方程式が載っているのだから、手もとのグラフを描くソフトを用いて、自分で描くことができる。

描くために必要な関数(後述する)を設定して、WolframAlpha からコピーした方程式を用い、GeoGebra で描いたものが、右である。左手がないのは、 t が 0 から 46π までの状態だからである。この後、 t を 52π まで動かすと残り部分が描かれることになる。



(式が複雑なので、パソコンに相当負荷がかかり、描写の動きが非常に遅いことは覚悟しなければならない)

■ このピカチュウを紹介しているサイトはいくつかあるが、実際に自分で描いたというサイトがあまり見当たらない(なくはない)のは、この方程式の中に(なじみが薄い?) 2 つのある関数が使われているためであろう。1 つは符号関数 $\text{sgn}(x)$ である。 $\text{sgn}(x) = -1(x < 0), 0(x = 0), 1(x > 0)$ であり、GeoGebra はこの関数を装備している(Desmos では $\text{sign}(x)$)。

もう 1 つはヘビサイド関数 $\theta(x) = 0(x < 0), \frac{1}{2}(x = 0), 1(x > 0)$ であり、これは装備されていない。そこで、このヘビサイド関数を最初に、

$\theta = \text{if}(x >= 0, 1, 0)$ と定義しておく必要がある ($\theta(0) = 1$ とした)。

このようにした上で、 $\text{Curve}(x(t), y(t), t, 0, 52\pi)$ のようにすれば良い。

■ 曲線のパラメータ表示について授業を行うとき、プロジェクトに最初ピカチュウの方程式を示し、「これはどのような曲線の方程式でしょう?」と問いかけ、GeoGebra で実際に描いてみれば大うけ間違いなしだろう。

■ ヘビサイド関数 $\theta(t)$ がどのような働きをしているのかを見ておこう。 $x(t)$ の式で、最後に θ が登場するのは、 $\theta(3\pi - t)\theta(t + \pi)$ で、この式の前にある関数を $f(t)$ とすると、 $\dots + f(t)\theta(3\pi - t)\theta(t + \pi)$ といった形の式になっている。 $\theta(3\pi - t)\theta(t + \pi) = 1$ ($-\pi \leq t \leq 3\pi$), 0 (それ以外)なので、 $-\pi \leq t \leq 3\pi$ のとき限定で、 $x(t) = f(t)$ になるように設定してある。同じ t の範囲で $y(t)$ の式も $\dots + g(t)\theta(3\pi - t)\theta(t + \pi)$ のような形に設定されていることが、式を見ていくと分かる。したがって、 $-\pi \leq t \leq 3\pi$ のとき $x = f(t), y = g(t)$ ということであり、実際この範囲でこの方程式の曲線を描くと、ピカチュウの外側の輪郭線(尾は別)が現れる(実際には、 $t \geq 0$ の設定である)。

ここではヘビサイド関数 $\theta(t)$ を、曲線を描くときに用いる式のパラメータの範囲を定める働きとして機能させている。

$f(t), g(t)$ については、 $\sum a_k(\sin kt - b_k)$ の形をしていて、線画に合わせて係数を調整して決定しているのかも知れない。次に参考記事がある。

<https://mathematica.stackexchange.com/questions/17704/how-to-create-a-new-person-curve>

■ なお、WolframAlpha のサイトには他にも人物を描く曲線が 503 件 <https://www.wolframalpha.com/input?i=person%27s+curve&lang=ja> (下左はアインシュタイン)、架空のキャラクターの曲線が 3,334 件 収められている。

<https://www.wolframalpha.com/input?i=%E6%9B%E7%B7%9A&assumption=%22ClashPref%22+%3E+%7B%22PopularCurve%22%2C+%22FictionalCharacter%22%7D&lang=ja>

サンタクロース(下中)や、ポケモンの中のキャラクターも様々収められているようで、

(良く知らないが)例えばアブソルの画像は右である。

