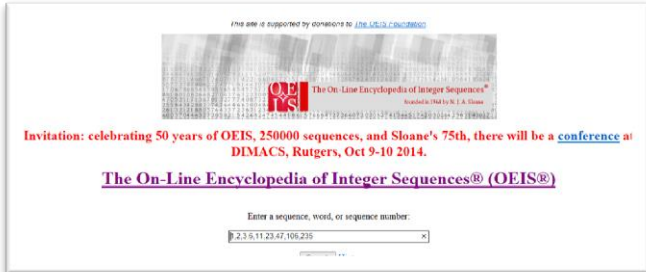


雑感 OEISで遊ぶ

■ オンライン整数列大辞典 OEIS(The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences)というサイトをご存じだろうか？

日本語のサイトは <https://oeis.org/?language=japanese> であるが、ほとんどが英語で記述されているので、本家の <https://oeis.org> を見るのとほとんど同じである。日本語での紹介は Wikipedia(*) にあって、
<http://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%82%AA%E3%83%B3%E3%83%A9%E3%82%A4%E3%83%B3%E6%95%B4%E6%95%B0%E5%88%97%E5%A4%A7%E8%BE%9E%E5%85%B8> で概要を知ることができる。



■ □の中に具体的な整数列を入れると、25万件のデータベースの中から、その数列またはその数列を含む数列を探し出してくれる。そして、その数列がどのような数列であるのかといった、さまざまなデータを教えてくれるのである。

とは言え、私の貧しい英語ではその全容を知ることが叶わないのが、とても残念である。

■ 例えば、「1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6,」と打ち込んで、Search ボタンを押すと、識別 ID がつけられた 11 の数列が表示される。

ID が A002024 の数列は、「n appears n times; floor(sqrt(2n) + 1/2)」と説明されるが「n が n 回現れる; $a_n = \lfloor \sqrt{2n} + 1/2 \rfloor$ 」とでも読み解けばよいだろうか。

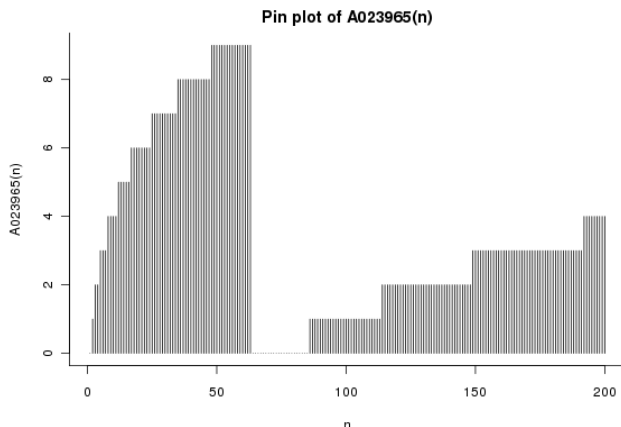
こんな数列の一般項を式表示できることは驚きである。

さらに、この数列についてのさまざまな事柄が載っているが、私の手に余る。

同じ数列から検索される ID が A023965 の数列は、「First digit after decimal point of 6-th root of n」と説明される。「 $\sqrt[6]{n}$ を小数表示したときの小数第 1 位の数」ということだろうが、驚きである。

ただし、この数列では 6 は 7 個、7 は 10 個 のように並ぶため、ID A002024 とは微妙に異なる数列である。

どの数列もグラフ化もされていて、これは次のようである。



さらに、ID が A196238 の数列は、「Positive integers a for which there is a 10-Pythagorean triple (a,b,c) satisfying $a \leq b$ 」.

「10-ピタゴラス整数 (a, b, c) (ただし $a \leq b$) の a」と言うことらしい。ちなみに、k-ピタゴラス数 (a, b, c) とは $a^2 + b^2 + kab = c^2$ を満たす数のことである。

10-ピタゴラス整数を、a が小さいもの (a が同じ場合は、b が小さいものを先にする。b も同様) 順に並べていくと、

(1, 2, 5), (2, 4, 10), (2, 15, 23), (3, 6, 15), (3, 14, 25), (3, 40, 53), …… となり、この a の数列であるということである。

ただし、この数列では 6 は 5 個、7 も 5 個しか並ばない。

さらには漸化式表示して、数列が記述されたりもする。

ID が A087845 の数列は、「 $a[n] = a[\text{Min}[n-1, \text{Abs}[n - a[n-1]]]] + a[a[\text{Abs}[n - a[n-1]]]]$ 」だが、

$a_n = a_{\min(n-1, |n-a_{n-1}|)} + a_{a_{|n-a_{n-1}|}}$ で正しいだろうか？ ちなみに

に、 $a_1 = a_2 = a_3 = 1$ が OFFSET (*を参照) になっていて、

$a_4 = a_{\min(3, |4-a_3|)} + a_{a_{|4-a_3|}} = a_3 + a_{a_2} = a_3 + a_1 = a_3 + a_1 = 2$

のように、順次求まっていくと言うことらしい。しかし、なぜこれでのいのかの仕組みは分からない。この数列は具体的には

1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, …… という数列である。

■ ここで、ふと思いついた数列がある。

昔、ある小学校の入学試験に出題されたのが、

1, □, 4, 6, 8, 10, 12

の空欄を埋めさせると言う問題で、正解は「3」。この数列の正体は、「東京で視聴できる TV チャンネル」だという。無論、地デジ化など構想すらなかった大昔の話である。なお、3 チャンネルは NHK の教育テレビ(今の E テレ)であった。

では、「1, 3, 4, 6, 8, 10, 12」を OEIS で検索を掛けてみよう。すると 16 もの数列がヒットする。

ID が A025201 の数列は、「 $\lfloor \text{Sum}\{\log(k)\} \rfloor, k=1,2,3,\dots,n$ 」であるが、つまり $a_n = \lfloor \log n! \rfloor$ ということであろうか。

具体的には、0, 0, 1, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 15, …… である。

ID が A184736 の数列は、「 $\text{floor}(nr+h)$, where $r=-1+2^{1/3}$, $h=-1/2$ 」すなわち、 $a_n = \lfloor (2\sqrt[3]{2}-1)n - 1/2 \rfloor$ である。

具体的には、1, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 15, …… である。

さらに見ていくと、えっ！

ID が A027440 の数列は、「TV channels in Tokyo.」

びっくり!!!! history の REFERENCES には、From a Tokyo kindergarten entrance examination. とあるではないか。

また、ID が A156624 の数列は「Nearest integer to the integral of $\log(x)$ between 1 and n」であるから、四捨五入を考えると、 $a_n = \left\lfloor \frac{1}{2} + \int_1^n \log x dx \right\rfloor$ であろうか。

具体的には、0, 1, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 14, …… である。

■ 何気ない数列に、実は隠された別の姿を見つける驚きと喜びがあるが、それにしてもよくぞ集めたものである。脱帽。

暇に任せて、遊んでみよう。