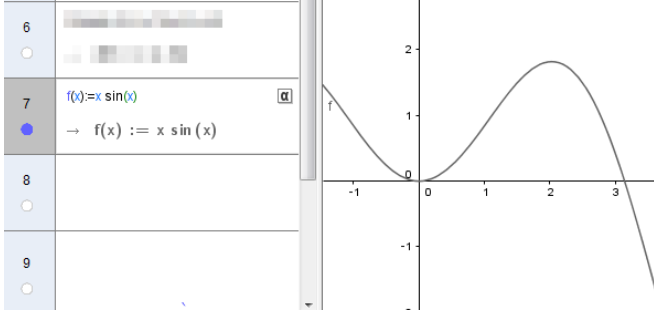


Geogebra で行う数式処理(2)

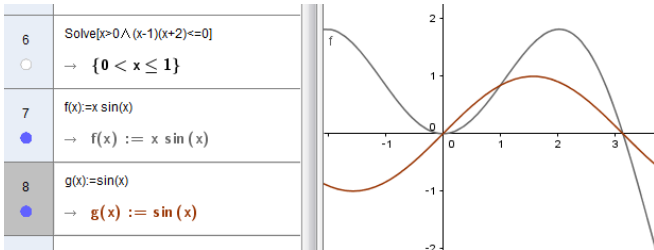
■ (1)に引き続き「グラフを描く」「数列」「極限」「微積分」などを扱う。

6 グラフを描く

関数をセルに入力し、式番号の下の○にチェックを入れれば、「グラフィックスビュー」の窓に自動的にグラフが描写される。消したい場合はチェックを外す。

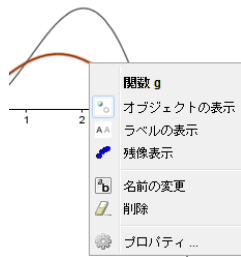


複数のグラフを重ね描きする場合は、次のセルに新たな関数を入力し、チェックを入れれば、自動的にグラフの色が変わって表示される。

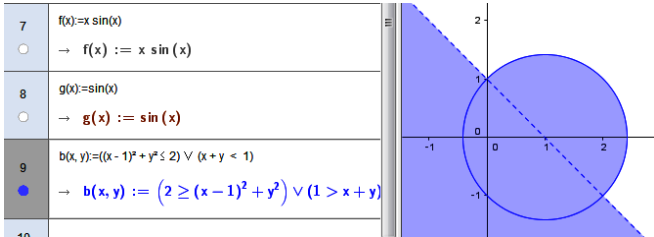


なお、「グラフィックスビュー」をドラッグしたりスクロールすれば、表示範囲や倍率などを変更できる。また、右クリックすれば様々なメニューが現れるので、必要に応じて設定する。

さらに、グラフの色や線の太さなどを変更したい場合は、そのグラフ上で右クリックすると右のような窓が現れるので、「プロパティ」で設定を変更する。



不等式入力で、領域図示もできる。



境界線は含む場合は実線、含まない場合は破線となる。

7 数列の計算

一般項から、具体的に数列を表示させる場合、Sequence というコマンドを用いる。上の1は $a_k = k^2 - 3k$ で、 $k=1 \sim 5$ の項を表示している。2では $a_k = 2^k$ で $k=1 \sim 7$ を2刻みで、すなわち a_1, a_3, a_5, a_7 を表示している。

和については右の1, 2のようにSumでΣ計算を行うことができる。右の3では分数式数列の和を計算したが、通分した形にするために、4でSimplify[#3]とした。

1	Sequence[k^2-3*k,k,1,5]
○	→ {-2, -2, 0, 4, 10}
2	Sequence[2^k,k,1,7,2]
○	→ {2, 8, 32, 128}
1	Sum[k^2-3*k,k,1,5]
○	→ 10
2	Sum[2^k,k,1,n]
○	→ 2^{n+1} - 2
3	Sum[1/((k+1)(k+3)),k,1,n]
○	→ $\frac{1}{-2n-4} + \frac{1}{-2n-6} + \frac{5}{12}$
4	Simplify[(1/(-2n-4) + 1/(-2n-6) + 5/12)]
○	→ $\frac{5n^2 + 13n}{12n^2 + 60n + 72}$

数列の極限には、右のようにLimitコマンドを用いる。

5	Limit[(5n^2 + 13n) / (12n^2 + 60n + 72), n, ∞]
○	→ $\frac{5}{12}$

8 極限の計算

関数の極限もLimitを用いるが、下方極限, 上方極限については、それぞれLimitBelow, LimitAboveを用いる。

$$6 \text{ は } \lim_{x \rightarrow 0} (1+ax)^{\frac{1}{x}} = e^a,$$

$$7 \text{ は } \lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{|x-2|}{x^2-4} = -\frac{1}{4} \text{ を求めた。}$$

6	Limit[(1+a*x)^(1/x), x, 0]
○	→ e^a
7	LimitBelow[abs(x-2)/(x^2-4), x, 2]
○	→ -1/4
8	LimitAbove[abs(x-2)/(x^2-4), x, 2]
○	→ 1/4

9 微積分

関数の微分にはDerivativeを用いる。

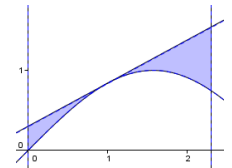
文字を複数含む場合には、どの文字で微分するかを指定するが、何も指定しない場合にはxで微分される。

積分はIntegralというコマンドで、3が不定積分、4が定積分である。文字を複数含む場合には、微分に準ずる。

1	Derivative[a*x^2+b*sin(2x), x]
○	→ 2ax + 2b cos(2x)
2	Derivative[(sin(x))^x]
○	→ sin(x)^x ln(sin(x)) + x sin(x)^{x-1} cos(x)
3	Integral[e^x*cos(2x)]
○	→ (2/5 sin(2x) + 1/5 cos(2x)) e^x + c1
4	Integral[x^2/(x+3), x, 1, 2]
○	→ -1/2 (18 ln(4) - 5) + 9 ln(5) - 4

■ ここまでの応用として、次の問題を解いてみた。

曲線 $y = \sin x$ 上の点 $(t, \sin t)$ における接線と、この曲線および2直線 $x=0, x=p$ で囲まれた面積を最小にする t ($0 < t < p$) の値を求めよ。



8が、 $(t, \sin t)$ における接線である。

9は(接線 $-\sin x$)を区間 $[0, p]$ で定積分して面積を求めている。

10では、その面積をtの関数として微分している。

11では、導関数=0という方程式を解いている。

厳密にはここから増減表に行くところだが、そこは省いている。 $t = p/2$ で最小になることが分かる。

入力式の[]内の式が面倒に見えるが、実際は#8-#5などのようにすれば良いので、面倒ではない。

5	sin(x)
○	→ sin(x)
6	Substitute[(sin(x)), x, t]
○	→ sin(t)
7	Derivative[(sin(t))]
○	→ cos(t)
8	(cos(t))(x-t)+(sin(t))
○	→ (-t+x) cos(t) + sin(t)
9	Integral[(-t+x) cos(t) + sin(t)-(sin(x)), x, 0, p]
○	→ $\frac{1}{2} p^2 \cos(t) - p t \cos(t) + p \sin(t) + \cos(p) - 1$
10	Derivative[(1/2 p^2 cos(t) - p t cos(t) + p sin(t) + cos(p) - 1), t]
○	→ $-\frac{1}{2} p^2 \sin(t) + p t \sin(t)$
11	Solve[(-1/2 p^2 sin(t) + p t sin(t)), t]
○	→ $\left\{ t = k_2 \pi, t = \frac{1}{2} p \right\}$

■ まだまだ出来ることはたくさんあるだろうが、ついつい馴染みで慣れたソフトに行ってしまうので、なかなか熟練しない。

GeoGebraは割と頻繁にVersion Upがされていて、機能がどんどん追加されて来ているような気がする。それだけに、数式処理でも出来る範囲が今後広がっていくことだろう。