

雑感

役立つ「4等分」

■ ある種のグラフを描くとき、「4等分」を意識すると便利であることを、授業でそれとなく強調してきた。

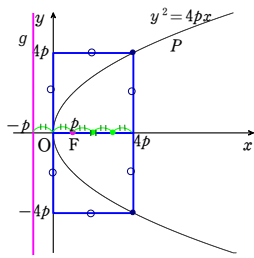
■ 2次曲線で、楕円や双曲線 $\frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = 1$ を描くときは、基準となる「長方形」が明瞭であり、形の巧拙は別として（酷く拙い曲線を描く生徒もいるものの）通る点などで苦労しない。

しかし、放物線 $P: y^2 = 4px$ を描くときは、焦点 $F(p, 0)$ や準線 g の方程式 $x = -p$ が分かり、それらを基準として放物線を描くとしても、随分アバウトな曲線を描く生徒が少なくない。

P が O 以外に2点 $(4p, \pm 4p)$ を通ることを意識させ、図のような2つの正方形（ブルー）を「基準」としてまず描かせ、 O と2点 $(4p, \pm 4p)$ を通るように放物線を描かせる。

x 軸上の辺を4等分させ、 O に近い点が焦点 F であると指摘する。さらに、 O に関する F の対称点を取り、その点を通して x 軸に垂直な直線が準線であることを確認する。

こうすると、きれいな放物線を描くことができるし、指摘すべき焦点や準線、さらに通る点まできちんと示すことができる。

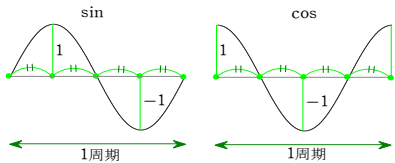


ここでは $p > 0$ の図を示したが、 $p < 0$ でも通用する方法である。

■ 平行移動を伴った三角関数のグラフを描くことは骨が折れる。まず、 \sin, \cos から。

「振幅」は苦労しないので、とりあえず1としておく。周期については「公式」を、意味を理解させながら覚えさせる。

その上で、平行移動のない分について、右の基本形を確認する。1周期の4等分を意識させておく。



\sin で言えば1周期の両端および4等分点で、「軸上→頂上→軸上→谷底→軸上」（振幅が1ならば、「0→1→0→-1→0」）となる。

1周期のスタートとゴールを確認してから、その区間を4等分してグラフを描く。

■ 具体例 $y = 2\sin\left(\frac{2}{3}x + \frac{\pi}{6}\right)$ で手順を確認しよう。

① 振幅は2，周期は $2\pi \div \frac{2}{3} = 3\pi$ 。

② $y = 2\sin\frac{2}{3}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ と式変形し、 $y = 2\sin\frac{2}{3}x$ を x 軸方向へ $-\frac{\pi}{4}$ だけ平行移動したもの。

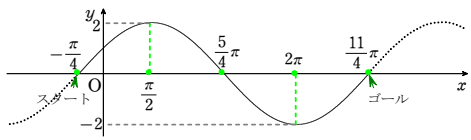
③ 1周期のスタートは、②から $-\frac{\pi}{4}$ ，ゴールは $-\frac{\pi}{4} + 3\pi = \frac{11}{4}\pi$ 。この区間を x 軸上にとり、(目分量で) 半分ずつにして4等分する。

④ ③の1周期の4等分点の値は、スタート $-\frac{\pi}{4}$ に1周期の1/4の $\frac{3}{4}\pi$ を順に加えていって、 $\frac{2}{4}\pi = \frac{\pi}{2}$ ， $\frac{5}{4}\pi$ ， $\frac{8}{4}\pi = 2\pi$ を書き込む。

⑤ 振幅2を意識しながら、 \sin の基本形、山と谷を描く。

⑥ 必要に応じて、図に破線で示した部分を、周期性を意識して（実線で）補っておく。

⑦ y 軸との共有点 ($y=1$) を求めて値を書き込めば、完成である。



■ \tan の基本形は右の通りである。

1周期の両端および4等分点で、「0→1→漸近線→-1→0」となり、これも「4等分」が役立つ。

■ グラフを描くのが苦手な生徒への、有効な助言である。

