

■ 2024 年の共通テストの徹底分析(Benesse)の数学部分を入手した。例年は冊子媒体であったが、冊子ではなく PDF ファイルにしたらしい。ここでは、そのⅡB 部分の選択問題(B の範囲の 3 分野から 2 問選択)について、若干の考察を試みる。解答フレームごとの正答率は右表の空色の通りである。各問 20 点満点。

第3問	確率分布	第4問	数 列	第5問	ベクトル
ア	2 54.1	アイウエ	2 94.1	アイウエ	2 92.5
イ	2 37.9	オカ	2 95.3	オ	2 79.6
ウエ	3 33.6	キクケコ	3 59.2	カ	3 68.5
オ	3 12.6	サ	1 83.3	キ～サ	3 49.4
カ	3 33.0	シスセン	2 76.7	シ	3 51.7
キク	3 4.8	タチツ	3 58.3	ス	3 57.1
ケコサ	4 2.5	テ	3 62.7	セ～ノ	4 4.4
		ト	4 24.1		
平均点	4.5		12.5		10.4

■ 第3問確率分布. 選択解答者数が不明だが、最近解答者が漸増していると考えられる。ただ、数列・ベクトルが苦手という避難選択者も少なくないはずで、平均点はそれを反映しているのではないか。
 (1)ア～オは難しくない。(2)は期待値計算というこの分野の問題の主流なのか疑問…。 U_4 の意味を正確に理解できれば、表も与えられているのでカは難しくない。キクは、 $k=4$ の表に X_5 を0 or 1として付け加えて考えれば良い。最後は述べられた事実に基づき計算するだけで、直線の方程式を求めなくても $3/128+(300-4)(33/1024-3/128)$ で計算できる。ただ、述べられている「事実」は難で、示すのは私の手に余る。

■ 第4問の数列。(1)(2)ア～コは基本的で平易。(3)では風変わりな漸化式 $(c_n + 3)(2c_{n+1} - c_n + 3) = 0 \dots \textcircled{1}$ が登場するが、(i)(ii)サ～ツは指示されたものを順に求めていだけだから難しいわけではない。(iii)の証明方法の選択問題も数学的帰納法であると気づけば選択肢で迷わない。しかし、最後(iv)の真偽判断は難問である。命題(I)は命題Aを真とすれば「偽」となる。命題(II)は(i)の2つ目の・から「真」と予想できる。曲者は命題(III)の「 $\textcircled{1}$ を満たし、 $c_1 = -3$ かつ $c_{100} = 3$ を満たす数列 $\{c_n\}$ が存在する」の真偽である。(ii)で得られた2つの数列：
 $\cdot -3, -3, -3, 5, 1, \dots$ $\cdot -3, -3, -3, 83, 40, \dots$ の「構成」が分かれば、真であることが分かるのだが…。これらの数列は初項からある第 k 項までずっと -3 が続いていき[つまり、 $c_n + 3 = 0 (n = 1, 2, \dots, k)$]、その先は $c_{k+1} = A, 2c_{n+1} - c_n + 3 = 0 (n = k+1, k+2, \dots)$ で定まるように構成されている。したがって、 $k+1 = 100, A = 3$ として存在する。
 [(ii)の問題文： $c_3 = -3$ のとき、 c_4 がどのような値でも云々：が大きなヒントになっている]正答率24.1%とそこそこの正答率だが、8択だからランダムに選んでも $1/8=12.5\%$ は正解する。この複雑な仕組みを理解できた受験生は少ないはずだ。なお、誤答 No.1 は⑥の偽真偽(24.6%)。

■ 第5問のベクトル。度肝抜かれるような内容を含んだ第3, 4問に比べると、驚くほどにオーソドックスである。昔から良く出題されている典型問題。例によって花子さんと太郎さんが登場して、問題解決の方向を話している。花子さんは2次関数の最小値としての処理；太郎さんは垂直のとき最小となるという性質の暗示である。(1)のア～ス。スラ鉛筆が動く。(2)は(ねじれの位置にある)2直線について、 ℓ_1 上の点P, ℓ_2 上の点Qに対して線分PQの長さを最小とするP, Qの座標決定である。これも頻出問題だが、正答率はたった4.4%。想像だが、時間切れであったり、計算量の多さから捨て問としてしまった受験生が多かったのだろう。 $\overrightarrow{PQ} = (-s-t-10, s-2t+3, -s-t-2)$ に対して、花子さんの方法よりも、太郎さんのそれの方が、この場合易しい。もちろん、偏微分を用いる裏技を用いれば、長さの2乗の平方完成+平方完成は回避できるのだが、太郎さんの方法に軍配が上がる。

■ 正答率と照合しながら見て行くと、単に問題だけを見ているのと異なった観点で問題を見直すことが出来る。興味深く有り難い資料だ。