

雑感 やけに7が目立つ2023の役に立たないメモ

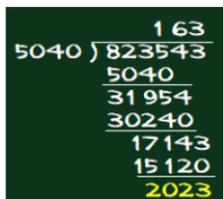
■ $2023 = 7 \cdot 17^2$.

■ 7^7 を7!で割った余りが2023.

新年初授業で.

「 $7^7 \div 7!$ を計算して、余りを求めてみようか！」

電卓で $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \div 7 \div 6 \div 5 \div 4 \div 3 \div 2$ で表示



される $163.4013\dots$ から整数部分 163 を引いた $0.4013\dots$ に $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$ とすると $2022.9999\dots$ (正確には **2023** になるはずの値) が表示される.

■ $10^{2023} + 7^2$ はニアレプディジット素数 (3 つを除いてすべての桁の数字が同じである素数). この素数は 2021 個の 0 と 1 個ずつの 1, 4, 9 の桁の数字があるためである (7^2 は 7 を強調するために, 49 をこう書いただけ).

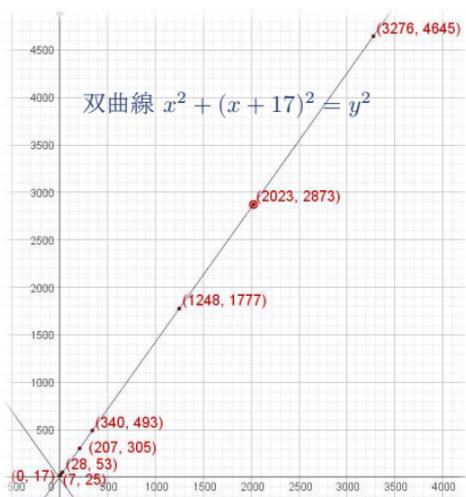
■ **2023** は桁数の和 $2+0+2+3$ が 7 である 7 の倍数である. このような整数には, 7, 70, 133, 322, 511, 700, 1015, 1141, 1204, 1330, **2023**, 2212, 2401, 3031, 3220, 4102, ... などがある.

■ **2023** から連続する 3 つの整数 **2023**, 2024, 2025 はすべてある自然数の平方で割り切れる. 実際, $2023 = 7 \cdot 17^2$, $2024 = 22 \cdot 2^2$, $2025 = 45^2 = 81 \cdot 5^2 = 25 \cdot 9^2$ である.

■ **2023** は, ディオファントス方程式 $x^2 + (x+17)^2 = y^2$ の非負整数解 x の 1 つである. 実際 $2023^2 + (2023+17)^2 = 2873^2$ である.

双曲線 $x^2 + (x+17)^2 = y^2$ (一見 2 直線だが, 実は双曲線) 上の格子点ということである.

それらを x の比較的小さいものを図示すると右のようになる.



■ 漸化式

$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + \left[\frac{\sum_{k=1}^n a_k}{n} \right]$ によって定められる数列において, $a_{4 \times 7} = \mathbf{2023}$ である (カッコはガウス記号. 4×7 表記に深い意味なし).

■ $\sum_{k=1}^{3 \times 7} \frac{1}{k(k+1)(k+2)(k+3)} = \frac{\mathbf{2023}}{36432}$ である (3×7 表記に深い意味なし).

■ 4 進法表記の **2023** は素数である. 10 進法に直せば 139 である.

■ $\zeta(11) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^{11}} = 1.0004941886041194645587022825264699364686064\dots$ の正則連分数表記の第 2 項は **2023**. 連分数表記を行うと次の通り.

$$\zeta(11) = 1 + \frac{1}{\mathbf{2023} + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{12 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{102 + \frac{1}{1 + \frac{1}{44 + \dots}}}}}}}}}}}}}}$$

■ $2023^3 + 2023^2 + 3 = 8283278699$, $2023^3 + 2023^2 + 5 = 8283278701$ は双子素数.

■ 元日が日曜日である西暦年の 1 つが **2023**. (日曜日は 7 日周期)

21 世紀では 2006, 2012, 2017, **2023**, 2034, 2040, 2045, 2051, ... であり, 1 年間に日曜日が 53 日ある.

なお, 土曜日から始まる閏年 (21 世紀では 2028, 2056, 2084 の 3 年) と日曜日から始まるすべての年に, 53 日の日曜日がある.