

■ 2020 年である。「おめでとう! 令和最初の正月」などと世間は浮かれているが、昨年同様「門松は 冥土の旅の一里塚」が実感である。

昨年に倣って、2020 がらみの話題を少し。

■ 2020 は 2 つの平方数の和として次のように 2 通りに表せる。

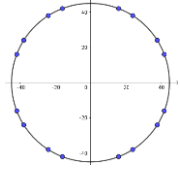
$$2020 = 16^2 + 42^2 = 24^2 + 38^2.$$

ということは、O 中心、半径 $\sqrt{2020}$ の円上に、16 個の格子点が存在する。

ちなみに、 $2020^2 = 4080400$ で、これは 2 つの平方数の和として 4 通りに表せる。

$$4080400 = 400^2 + 1980^2 = 868^2 + 1824^2 \\ = 1212^2 + 1616^2 = 1344^2 + 1508^2.$$

よって、O 中心半径 2020 の円上には 32 個の格子点が存在する。



■ $2020 = 17^2 + 19^2 + 23^2 + 29^2$ であり、連続する 4 つの素数の平方和で表される。

このような性質を持つ整数は、87, 204, 364, 628, 940, 1348, 2020, 2692, 3700, ... といった数列をなし、この数列の 7 項目。

■ 2020 番目の素数は 17573 である。17573 は 2 つの平方数の和として 1 通りに表せ $[17573 = 38^2 + 127^2]$ 、さらにその平方数についても $17573^2 = 9652^2 + 14685^2$ の関係がある。すごい!

■ $2020 = 43 \cdot 47 + 1$ だが、43, 47 は連続する素数である。

■ 2020 は 4 の倍数であり、各位の数の和が 4 である。

このような性質を持つ整数は、小さい順に
4, 40, 112, 220, 400, 1012, 1120, 1300, 2020, 2200, 3100, 4000, 10012, 10120, 10300, 11020, 11200, 12100, 13000, 20020, 20200, 21100, 22000, 30100, 31000, 40000, 100012, 100120, ...
という数列をなす。

■ 2020 は「各位の数字の合計 = 桁数」になる。

このような性質を持つ整数は、小さい順に
1, 11, 20, 102, 111, 120, 201, 210, 300, 1003, 1012, 1021, 1030, 1102, 1111, 1120, 1201, 1210, 1300, 2002, 2011, 2020, 2101, 2110, 2200 3001, 3010, 3100, 4000, 10004, 10013, 10022, 10031, 10040, ...
という数列をなす。

■ 初項 4, 階差数列が $\{n\}$ である数列の第 64 項は 2020 である。

■ フィボナッチ数列を一般化した数列で、前 8 項の和を以て次項を定義する「オクタナッチ数列*」を、0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0 で始めると $a_{19} = 2020$ である。[右画像は蛸の尻]

* 漸化式: $a_{n+8} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + a_{n+5} + a_{n+6} + a_{n+7}$

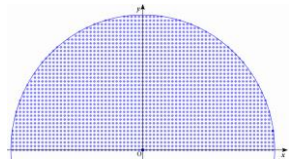


■ π , e , ϕ の小数第 2020 位の数が等しい。ここに、 ϕ は黄金比で $(1 + \sqrt{5})/2$ のことである。

$$\pi = 3.141592...4683..., e = 2.718281...2443..., \phi = 1.618033...2623...$$

■ 2020 は $x^3 + y^3 + 2z^3$ の形式では表せない数と推測されている。もちろん、 x, y, z は整数である。

■ O 中心半径 $35 + 1/2$ の円の $y \geq 0$ にある格子点の数は 2020 である。閑人はそれをすべて描いてみた。



■ 下図のように、中央にある 1 辺の長さが 1 である正 5 角形の頂点を中心として、半径が 1, 2, 3, 4, ... の円弧を次々つないで描いて出来る螺旋がある。

20 周した螺旋の全長は

$$2\pi/5 (1+2+\dots+20 \cdot 5) = 2020\pi \text{ になる.}$$

ちなみにこの図は $3 + 1/5$ 周分。

正月におなじみの「いつもより、余計に回しております!!」の傘回しとは関係ない。くれぐれも、酔眼を回さないように!

