

■ 2019年のセンター試験が終わった。センター試験はあともう1回だけになった。ザッと解いた感想を述べる。

■ IA, IIB とも全体としては難しくはないのだろうが、所々にやけに難しかったり、多くの計算が必要(と思われる)設問があって、完答して満点を取るのには容易ではなかったかも知れない。

選択問題でも難易のバラツキが目立ったように思う。

以下、難しかったら問題に絞ってコメントする。

■ IA 第2問 [2] のデータの分析。(3)の最後である。

n 個のデータ $X : x_1, x_2, \dots, x_n$ の平均が \bar{x} 、標準偏差が s のとき、 $x'_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$ と変換する。このデータ X' に関する設問である。

- X の偏差 $x_1 - \bar{x}, x_2 - \bar{x}, \dots, x_n - \bar{x}$ の平均値が 0 であること
- X' の平均値が 0、標準偏差が 1 であること

は計算するまでもなからう。しかし、図4の $M-T$ データを上のように変換した $M'-T'$ データの散布図を選ぶとき、①か②で迷う。

よく考えれば、 M', T' 双方の平均、標準偏差はともにそれぞれ 0, 1 であり、 $1^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n m_k'^2, 1^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n t_k'^2$ であるから、①はあり得ない。

■ IA 第4問：整数の性質。(1)は一応基本である。しかし、まず(2)の $|A-B|=1, 2$ で(1)をどう利用するかで困ったかも知れない。方法はいろいろ考えられるが、 $49x (x=1, 2, \dots, 9)$ と $23y (y=1, 2, \dots)$ を書き出して置いて(略すが、これを★とする)、差が 1 または 2 となるものから見つけるのが早いかも知れない。(3)の最後で「 $a(a+1)(a+2)$ は m の倍数である」をすべての自然数 a で成り立つような最大の自然数 m を、自信をもって 6 と答えることができただろうか。連続する 3 整数の積であるから、これらの 3 つの整数は 1 つは 3 の倍数であり、2 つまたは 1 つが偶数である。すべての自然数 a で成り立つためには、 $3 \cdot 2 = 6$ ということである。

(4)の最後は難問であろう。 $b(b+1)(b+2)$ が $6762 = 2 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 23$ の倍数となる最小の自然数 b を求める。実は、この問題全体がこの設問のために仕組まれている。 $b, b+1, b+2$ のいずれかが $7^2 = 49$ の倍数かつ 23 の倍数であるというヒントがあるから、これと(1)(2)をどのように結びつけることができるかである。例えば、 $b+1$ が 49 の倍数 $49x$ 、 b が 23 の倍数 $23y$ であるとすれば、 $49x - 23y = 1$ であるから、(1)(2)との関連が見えてくる。 $49x, 23y$ の差が 1 のとき★から $49 \cdot 8 = 392, 23 \cdot 17 = 391$ が、差が 2 のとき★から $49 \cdot 7 = 343, 23 \cdot 15 = 345$ が候補に挙がり、小さい値 343 が答となる。

■ IIB 第3問：数列。(3)で計算量が多い(簡便な方法があるのかも知れないが...)。 $T_n = \frac{4^n}{3} - n - \frac{4}{3} \dots$ ①に対して、次の漸化式

$na_{n+1} = 4(n+1)a_n + 8T_n \dots$ ②で定める数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めるにあたって、 $b_n = \frac{a_n + 2T_n}{n} \dots$ ③で定める数列 $\{b_n\}$ を考えている。

$T_{n+1} = 4T_n + 3n + 3 \dots$ ④を導くのは大変ではないが、 $\{b_n\}$ が満たす漸化式 $b_{n+1} = \text{【チ】} b_n + \text{【ツ】}$ を埋めるための計算は結構大変である。

$b_{n+1} = \frac{a_{n+1}}{n+1} + \frac{2}{n+1} T_{n+1}$ の右辺に、 $a_{n+1} = \frac{4(n+1)}{n} a_n + \frac{8}{n} T_n$ と④を代入して計算するか、②の a_{n+1} に③からの $(n+1)b_{n+1} - 2T_{n+1}$ を代入して④を用いる。

いずれの方法でも、やや煩わしい計算が不可避であり、漸化式の基本を押さえた上に、計算力や方針を見定める力が必要だ。

■ IA の選択問題の難易度は、易しい順に第5問(図形)、第3問(確率)、第4問(整数)で、第4問は難しい。

IIB の選択問題は、同様に第5問(確率分布)、第4問(ベクトル)、第3問(数列)であろう。

問題による難易差が大きかったように思われる。