

■ 2019 年である。おめでとう! Happy New Year! と世間は浮かれているが、この歳になれば「めでたさも中くらい」を乗り越えて、「門松は冥土の旅の一里塚 めでたくもありめでたくもなし」が偽らざる実感である。

■ Happy 数というのがあって、2019 はその Happy 数である。

2019 を桁にバラして平方和を作ると $2^2 + 0^2 + 1^2 + 9^2 = 86$ だが、この 86 から同様に進めると $8^2 + 6^2 = 100$, $1^2 + 0^2 + 0^2 = 1$ となって、最終的に 1 に行き着いて終わる。このような操作で 1 に行き着く数が Happy 数だというが、何が Happy なのか全く不明である。

■ 2019 は Lucky 数でもある (Happy & Lucky とはオメデタイ)。

Lucky 数はエラストテネスの篩のようにして、自然数列からある規則である数列の項を削除していった残った数から構成される (その規則は、"幸運数" などでお調べください)。

度重なる削除攻撃にも生き残った、Lucky な数ということか。

■ 三角数というのは、基石を正三角形に並べていくとき、1 辺に n 個の基石が並んだときの基石の総数 $T(n)$ のことであり、

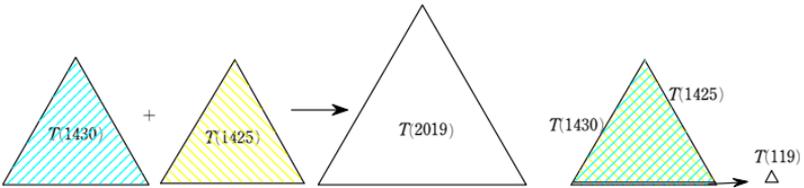
$T(n) = n(n+1)/2$ であることはよく知られている。

2 つの三角数の和も差も三角数になるようなものとして、

$T(1430) + T(1425) = T(2019)$, $T(1430) - T(1425) = T(119)$ がある。

従って、1 辺が 1430 個の基石でできた基石の正三角形と、1 辺が 1425 個の基石でできた正三角形の基石を合わせて並べ直すと、1 辺が 2019 個の基石でできた正三角形に並べることができる。さらに、1 辺が 1430 個の基石でできた基石の正三角形から、1 辺が 1425 個の基石でできた基石の正三角形を取り除いた基石で、1 辺が 119 の正三角形に並べ直することができる (これもできるところが肝心だ)。

ちなみに、 $T(2019) = 2,039,190$ であり、基石は半端ない数である。



■ 整数 45 を幾つかの異なる正整数の和で表すとき、用いる正整数の最大値が最小値の 2 倍以上であるような表し方は、全体で 2019 通りあるそうである。

例えば $44+1$, $43+2$, ..., $30+15$, $42+2+1$, ..., $20+15+10$, ..., $9+8+7+6+5+4+3+2+1$ と言った具合に表す場合の数である。

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad & \underline{1^2 + 13^2 + 43^2} = \underline{5^2 + 25^2 + 37^2} = 7^2 + 11^2 + 43^2 = 7^2 + 17^2 + 41^2 \\ & = 11^2 + 23^2 + 37^2 = 13^2 + 13^2 + 41^2 = \underline{13^2 + 25^2 + 35^2} \\ & = 17^2 + 19^2 + 37^2 = 23^2 + 23^2 + 31^2 = \mathbf{2019}. \quad \dots * \end{aligned}$$

このうち、3 つの素数の平方から構成されているもの (アンダーライン以外) は 6 通りあって、3 つの素数平方和で 6 通りの表現ができる最小の整数が 2019 であるという。

*より、O 中心半径 2019 の球面上に、384 個の格子点が存在する。

■ 2019 を素因数分解すると $3 \cdot 673$ である。この素因数を並べてできる整数は 3673, 6733 の 2 つあるが、これらが全て素数である。

■ $20(20 \text{ 番目の素数}) - (20 \text{ 番目の素数})^2 = 2019$ である。実際、20 番目の素数は 71 で、71 番目の素数は 353 であって、 $20 \cdot 353 - 71^2 = 2019$ となっている。

■ 累乗数(perfect power)の小さい方から 22 個の和が 2019 である。
 $1 + 4 + 8 + 9 + 16 + 25 + 27 + 32 + 36 + 49 + 64 + 81 + 100 + 121 + 125$
 $+ 128 + 144 + 169 + 196 + 216 + 225 + 243$
 $= 1^2 + 2^2 + 2^3 + 3^2 + 2^4 + 5^2 + 3^3 + 2^5 + 6^2 + 7^2 + 2^6 + 3^4 + 10^2 + 11^2 + 5^3$
 $+ 2^7 + 12^2 + 13^2 + 14^2 + 6^3 + 15^2 + 3^5$
 $= \mathbf{2019}$ となっている。

■ $2019^2 = 1155^2 + 1656^2$ であり、 $2019^2 - 1$ も 2 つの自然数の平方和で表される。 実際、次が成り立つ。

$$2019^2 - 1 = 142^2 + 2014^2 = 538^2 + 1946^2 = 1234^2 + 1598^2 = 1322^2 + 1526^2.$$

■ $\sum_{k=1}^6 ({}_6P_k + {}_6C_k) = 2019$ である。